

**UNIVERSIDADE DE LISBOA
FECULDADE DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA GEOGRÁFICA, GEOFISICA E
ENERGIA**



**PROGRAMA DE CÁLCULO NUMÉRICO PARA APLICAÇÕES DE
ENGENHARIA GEOGRÁFICA**

Luís Ferreira
Lic. em Eng^a. Geográfica

Mestrado em Engenharia Geográfica

2011

**UNIVERSIDADE DE LISBOA
FACULDADE DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA GEOGRÁFICA, GEOFÍSICA E ENERGIA**



Programa de Cálculo Numérico Para Aplicações de Engenharia Geográfica

Luís Ferreira

Lic. em Eng^a. Geográfica

Orientador: Prof. Doutor Carlos Antunes

Mestrado em Engenharia Geográfica

2011

Resumo

O objectivo desta dissertação foi o desenvolvimento de versões iniciais de alguns programas para efectuar cálculos que usualmente são executadas na área de Engenharia Geográfica.

Estes programas devem ser desenvolvidos e melhorados à medida das necessidades dos utilizadores.

Os programas foram desenvolvidos em linguagem Visual Basic, versão 6. A opção de introdução manual de dados está presente em todos os programas, contudo, nos programas com maior volume de dados há a possibilidade de importar os dados a partir de ficheiros previamente guardados com formato ASCII próprio. O resultado dos cálculos é sempre gravado em ficheiros com os dados e os resultados.

Os programas desenvolvidos executam os seguintes cálculos:

- **Topografia**, em todos os trabalhos de apoio topográfico é necessária a realização de cálculo específico e diversificado, no qual são usados vários métodos de posicionamento topográfico. Neste trabalho foram programados os seguintes métodos:

- Excêntrica,
- Intersecção Indirecta;
- Intersecção Directa;
- Nivelamento Geométrico;
- Poligonal.

Também foram desenvolvidos os seguintes módulos da Intersecção inversa e Poligonal com ajustamento pelo método dos mínimos quadrados com equações de observações (método paramétrico).

Neste documento são explicados os fundamentos e formalismos necessários à realização dos cálculos, bem como, a explicação dos algoritmos e do funcionamento dos módulos do programa.

Agradecimentos

Os meus agradecimentos vão para todos os que trabalharam directa ou indirectamente nesta dissertação, cuja ideia começou há cerca de 4 anos atrás, não deixando contudo de salientar aqueles me acompanharam desde a primeira hora.

Ao Sr. Professor Doutor Francisco Martins pela sua ajudou na resolução de alguns problemas encontrados na programação em Visual Basic, que era uma linguagem que não utilizava e pela sua ajuda no desenvolvimento dos vários programas.

Ao Sr. Professor Doutor Carlos Antunes com pela sua incansável colaboração, permanente disponibilidade e orientação científica que muito me ajudaram, na elaboração da dissertação.

Ao Sr. Professor Doutor Virgílio Mendes pelos conhecimentos fornecidos na cadeira de Geodesia II, os quais foram úteis na programação do módulo das escalas de tempo e das fórmulas de transformação entre Datums globais, as quais foram usadas no módulo da transformação de coordenadas.

A Sra. Professor Doutora Paula Redwick pelos seus dados e ajuda na elaboração e correcção de alguns erros encontrados no módulo do cálculo do plano de voo.

A Sra. Professor Doutora Ana Navarro pela sua ajuda e fornecimento das fórmulas utilizadas na transformação das coordenadas entre data locais.

Ao Sr. Professor Doutor João Calvão ajuda e fornecimento das folhas a explicar os MMQ por observações.

Ao Tenente-coronel de Artilharia João Sousa Cruz e aos colegas do meu curso de Engenharia Topográfica da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Superior de Beja onde foi retirar os algoritmos militares utilizados no cálculo dos problemas topográficos e dos dados utilizados durante a programação do módulo de topografia.

Pelo apoio e ajuda da minha mãe a qual sempre me incentivou a seguir os meus objectivos de tirar o curso de Engenharia Geográfica e finalmente por tirar os mestrados na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, apesar das dificuldades encontradas durante a concretização desses objectivos.

Índice

Resumo	
Capítulo I - Topografia	
1.1 – Estação excêntrica	1
1.1.1 – Trabalho de campo da estação excêntrica	1
1.1.2 – Cálculo da excêntrica	3
1.1.2.1 – Cálculo da planimetria	3
1.1.2.2 – Cálculo da cota	5
1.1.3 – Execução do programa	7
1.1.4 – Análise dos resultados	7
1.2 – Intersecção inversa	12
1.2.1 – Fundamentos do processo da intersecção inversa	12
1.2.2 – Cálculo da altimetria da inversa	15
1.2.3 – Restrições da intersecção inversa	16
1.2.3.1 – Círculo de indeterminação	17
1.2.4 – Explicação das funções usadas neste programa	18
1.2.5 – Análise dos resultados	19
1.3 – Intersecção directa	37
1.3.2 – Cálculo das coordenadas	38
1.3.2.1 – Planimétricas	28
1.3.2.2 – Altimetria	40
1.3.3 – Cálculo da directa no programa	42
1.3.4 – Análise dos resultados	43
1.4 – Poligonal	47
1.4.1 – Configuração geométrica	47
1.4.2 – Norma para o estabelecimento de uma poligonal	49
1.4.3 – Cálculo e ajustamento	49
1.4.3.1 – Cálculo e ajustamento dos rumos pelo método clássico	50
1.4.3.2 – Cálculo e ajustamento linear pelo método clássico	53
1.4.3.3 – Cálculo e ajustamento das cotas pelo método clássico	54
1.4.3.4 – Cálculo e ajustamento dos rumos pelo método militar	55
1.4.4 – Cálculo e ajustamento aproximado de uma poligonal com pontos nodais	59
1.4.5 – Redução da poligonal ao plano cartográfico	61
1.4.6 – Cálculo de poligonal no programa	61
1.4.7 – Análise dos resultados	62
1.5 – Nivelamento geométrico	68
1.5.1 – Nivelamento e fundamentos do mesmo	68
1.5.2 – Níveis	70
1.5.3 – Miras falantes	71
1.5.4 – Erros e rectificações	72
1.5.5 – Leituras e técnicas de nivelamento	73
1.5.6 – Avaliação da precisão de um nivelamento	77
1.5.8 – Cálculo do nivelamento geométrico no programa	79
1.5.6 – Análise dos resultados	80
1.6 – Ajustamento utilizando o processo dos mínimos quadrados pelas	

observações	84
1.6.1 – Ajustamento com equações de observação	87
1.6.2 – Ajustamento da intersecção inversa	88
1.6.2.1 – Modelo funcional com altimetria	88
1.6.2.1.2 – Teste da razão da variâncias de Az e do Z	93
1.6.2.2 – Explicação do funcionamento do programa	94
1.6.3 – Análise dos resultados	95
1.6.4 – Poligonal	96
1.6.4.1 – Cálculo dos Rumos	96
1.6.4.1.1 – Teste de razões das variâncias de referência	102
1.6.4.2 – Explicação do funcionamento	103
1.6.4.3 – Análise dos resultados	104
Análise e Conclusões	105
Referências Bibliográficas.....	106
Anexo	107

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Coordenadas do Vértice Geodésico Saúde	9
Tabela 2 – Diferença entre as coordenadas calculadas pelo método da directo	46
Tabela 3 – Tolerância do erro de fecho linear da poligonal	53
Tabela 4 – Classificação e tolerância do erro de fecho da linha de nivelamento	78
Tabela 5 – Diferença entre coordenadas calculadas II MMQ.....	81
Tabela 6 – Diferença entre coordenadas calculadas as ajustadas pelos MMQ	104
Tabela 7 – Tabela de sigmas das coordenadas dapoligonal	104

Lista de Figuras

Figura 1- Triângulo da excêntrica	1
Figura 2- Pormenor das medições da distância EC demonstrando as seguintes situações a, b e c	2
Figura 3 - Exemplo de vários triângulos de excêntrica	3
Figura 4 - Esq. Cálculo do ângulo E, dir. resolução do triângulo	4
Figura 5 - Esquema do cálculo do rumo	5
Figura 6 - Pormenor das visadas	6
Figura 7 - Janela inicial do módulo de topografia	7
Figura 8 - Janela de excêntrica	7
Figura 9 - Ecrã dos resultados do cálculo	8
Figura 10 – Lista de coordenadas da excêntrica	9

Figura 11 - Ficheiro de resultados da excêntrica	9
Figura 12 – Folha de observações do 1º Giro	10
Figura 13 – Estrela de pontaria 1º Giro	10
Figura 14 – Janela com os resultados de excêntrica do 1º Giro	11
Figura15 - Esquema da intersecção inversa	12
Figura16 - Determinação gráfica da localização do ponto E	13
Figura17 - Determinação da cota	15
Figura18 - Circulo de indeterminação	17
Figura19 - Centro das circunferências	18
Figura20 - Janela inicial do cálculo da I. inversa	18
Figura21 - Janela com os resultados do cálculo	19
Figura22 - Observações do 1º Giro	20
Figura23 - Estrela de pontaria do 1º Giro	21
Figura24- Observações do 2º Giro	26
Figura25 - Estrela de pontaria do 2º Giro	26
Figura26 - Observações do 3º Giro	31
Figura27 - Estrela de pontaria do 3º Giro	31
Figura28 - Resultado do 3º Giro no programa c/ todas as obs.	38
Figura29 – Ficheiro com a lista de coordenadas do 3º Giro	38
Figura30 - Esquema da intersecção directa	37
Figura31 - Estudo da precisão das intersecções	38
Figura32 - Leituras zenitais	41
Figura33 - Introdução dos dados da I. directa	42
Figura34 - Janela com os resultados do cálculo	42
Figura35 - Janela com os resultados do programa	44
Figura36 - Janela com os resultados do programa c/ valores do livro	46
Figura37 – Lista de coordenadas da I. directa	46
Figura38 - Poligonal aberta ou livre	47
Figura39 - Poligonal fechada c/ ori. interna	48
Figura40 - Poligonal fechada c/ ori. externa	48
Figura41 - Poligonal amarrada	48
Figura42 - Poligonal com ponto nodal	49
Figura43 - Representação do rumo inicial	50
Figura44 - Poligonal de 4 vértices	50
Figura45 - Transmissão de rumos	51
Figura46 - Fecho da poligonal	52
Figura47 - Rumo de partida	55
Figura48 - Transporte de rumos	56
Figura49 - Poligonal com ponto nodal	59
Figura50 - Janela inicial do cálculo da poligonal	61
Figura51 - Ficheiro com os resultados do cálculo	62
Figura52 - Janela com os resultados do cálculo sem a redução ao plano cartográfico	67
Figura53 - Janela com os resultados do cálculo com a redução ao plano cartográfico	67
Figura54 – Lista de coordenadas da poligonal	67
Figura55 - Superfície física e o geóide	69
Figura56 - O nível de bloco: representação esquemática e fotografia	70
Figura57 - Nível digital e régua tipo de código de barras	71

Figura58 - Mira falante	72
Figura59 - Erro de leituras	72
Figura60 - Método de nivelamento 1	73
Figura61 - Método de nivelamento 2	74
Figura62 - Método de nivelamento 3	74
Figura63 - Linha de nivelamento	75
Figura64 - Nivelamento geométrico simples (perfil)	75
Figura65 - Nivelamento geométrico simples (perspectiva)	76
Figura65 - Nivelamento geométrico simples	76
Figura67 - Vários pontos visados a partir de uma única estação	77
Figura68 - Janela do cálculo do nivelamento digital.....	79
Figura69 - Janela com os resultados do nivelamento digital	79
Figura70 - Ficheiro com os resultados do cálculo	80
Figura71 - Itinerário do nivelamento analógico	80
Figura72 - Janela do cálculo do nivelamento analógico	83
Figura73 - Janela com os resultados do nivelamento analógico	83
Figura74- Esquema da intersecção inversa	88
Figura75- Esquema dos quadrantes	89
Figura76- Janela inicial do cálculo da intersecção inversa pelos MMQ	94
Figura77- Janela com os resultados e com o teste estatístico	95
Figura78- Janela com os resultados e com o teste estatístico do teste	95
Figura79- Esquema de uma poligonal aberta e amarrada	96
Figura90- Esquema dos rumos da poligonal	96
Figura81- Esquema da distâncias	97
Figura82- Esquema dos ângulos azimutais numa poligonal	98
Figura83- Esquema das medições zenital	99
Figura84- Janela inicial do cálculo da poligonal pelos MMQ	103
Figura85- Janela com os resultados do cálculo e do teste estatístico.....	103

Anexo

Figura95- Dados da Excêntrica sem ponto de orientação	107
Figura96- Dados da Excêntrica com ponto de orientação	108
Figura97- Dados de Excêntrica sem ponto de verificação	108
Figura98- Dados de Excêntrica com ponto de verificação	109
Figura99- Ficheiro de dados do método da II	109
Figura100- Ficheiro de resultados da II	110
Figura 101- Dados do método da II resolvida pelos MMQ	111
Figura102- Resultados dos método da II resolvida pelos MMQ	112
Figura103- Dados do método de nivelamento com aparelho analógico	113
Figura104- Resultados do nivelamento com aparelho analógico	114
Figura105- Resultados com o nivelamento utilizando um aparelho digital	114
Figura106- Resultados do nivelamento com um aparelho digital	115
Figura107- Dados do método da poligonal para resolver pelo método de transit.....	115
Figura 108- Resultados da poligonal resolvido pelo método de Transit	116
Figura109- Dados do método da poligonal para resolver pelos MMQ	116
Figura110- Resultado da poligonal resolvida pêlos MMQ	117

Capítulo I - Topografia

Existem vários programas que fazem cálculos dos vários métodos topográficos como os seguintes programas comerciais Cartomap, EMXS, Autodesk Civil 3d, Autodesk Field Survey, Bentley InRoads Suite, Leica Liscad, Leica Field Link, e o Survey Office e também programas desenvolvidos academicamente o Topmais feito pelo professor Carlos Antunes que é usado na FCUL, como é o exemplo do desenvolvimento deste módulo para ser usado e desenvolvido na FCUL.

O exemplo dos ficheiros que este módulo abre é mostrado em anexo.

1.1 - ESTAÇÃO EXCÊNTRICA

Este tipo de operação é necessária quando não é possível estacionar em alguns vértices geodésicos, por não serem acessíveis como por exemplo os vértices em igrejas, pirâmides, etc., é usado este método de posicionamento topográfico.

Este problema pode ser resolvido estacionando ao lado desses vértices e determinar as coordenadas dessa estação realizando a operação da estação excêntrica (Barata, 1987).

1.1.1 – Trabalho de campo da estação excêntrica

Estacionando-se num ponto excêntrico perto do vértice conhecido e não estacionável, que é chamado de cêntrico, faz-se o giro do horizonte apontando para o cêntrico. Para outro sinal conhecido afastado, que passamos a chamar o sinal **A**, por vezes devido à proximidade á necessidade de fazer uma leitura à esquerda e outra à direita. Deve-se apontar, pelo menos a mais um sinal conhecido, para fazer verificação.

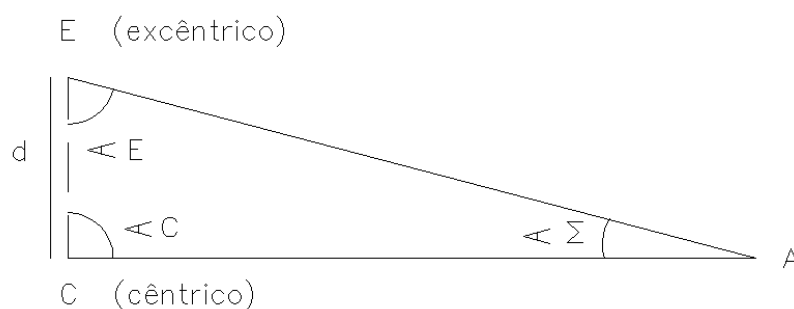


Figura 1 - Triângulo da excêntrica

Mede-se a distância entre o ponto E (excêntrico) e o ponto C (cêntrico). Para isso, se C tem secção circular, mede-se a distância EC entre o instrumento e o centro da secção, fazendo uma medição da distância com o aparelho e utilizando uma fita métrica para, medir a secção.

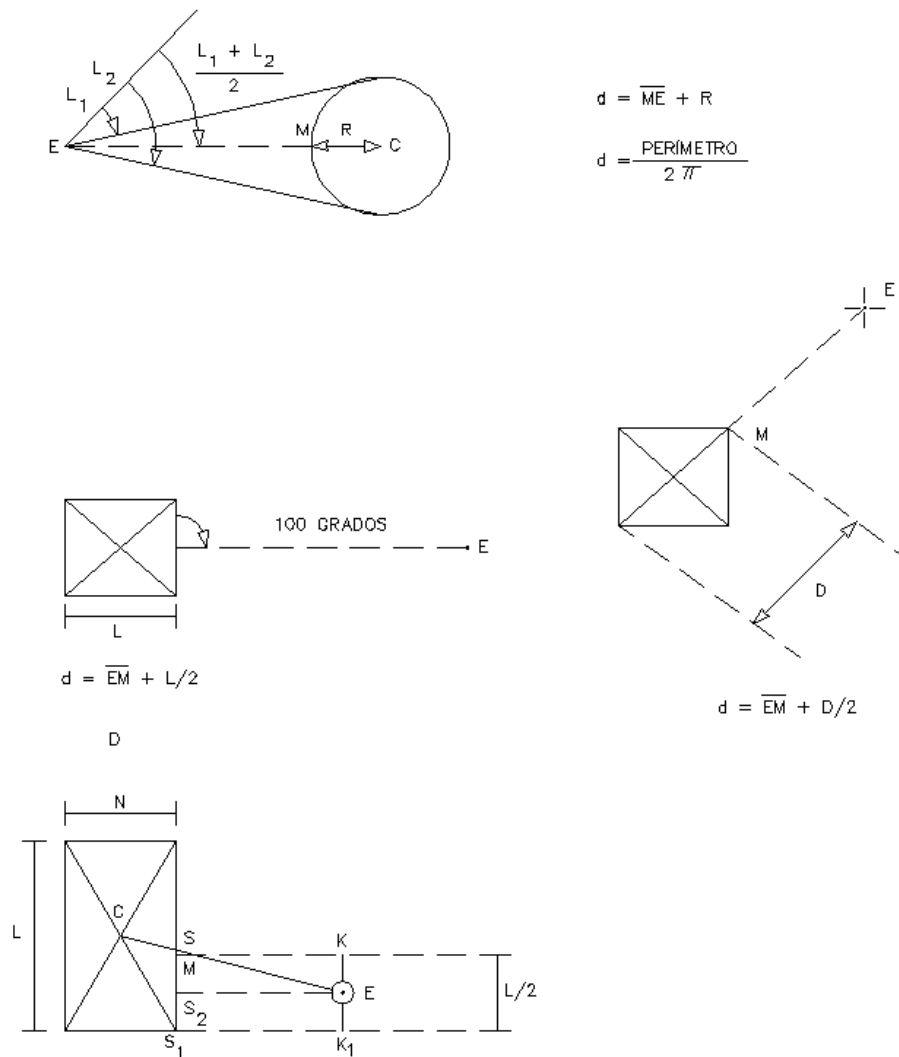


Figura 2 - Pormenor das medições da distância EC demonstrando as seguintes situações a,b e c

$$\text{Pelo teorema de Pitágoras } EC^2 = \left(KS + \frac{N}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2} - r\right)^2 \quad (1.1.1)$$

$$\text{Pelo teorema de Tales } \frac{EC}{\left(\frac{L}{2} - r\right)} = \frac{EM}{MS2} \quad (1.1.2)$$

Se o sinal for circular deve-se medir o seu diâmetro do sinal na zona da visada. Este diâmetro deve ser medido segundo a secção que contém o ponto visado em C, pois se o sinal for cónico o diâmetro depende da altura a que é medido.

Se o sinal for de secção rectangular, a medição da distância ao centro do sinal é mais fácil de se calcular, caso se estacione na perpendicular ao centro de um dos lados, ou segundo uma diagonal b da figura 2.

No entanto, se não tiver esse cuidado, também se pode medir a distância ao centro do sinal, com o auxílio de trigonometria simples (Sousa Cruz & Redweik, 2003).

1.1.2 – Cálculo da excêntrica

1.1.2.1 – Cálculo da planimetria

O cálculo da estação excêntrica começa pela aplicação da lei do teorema dos senos ao triângulo **ECA**.

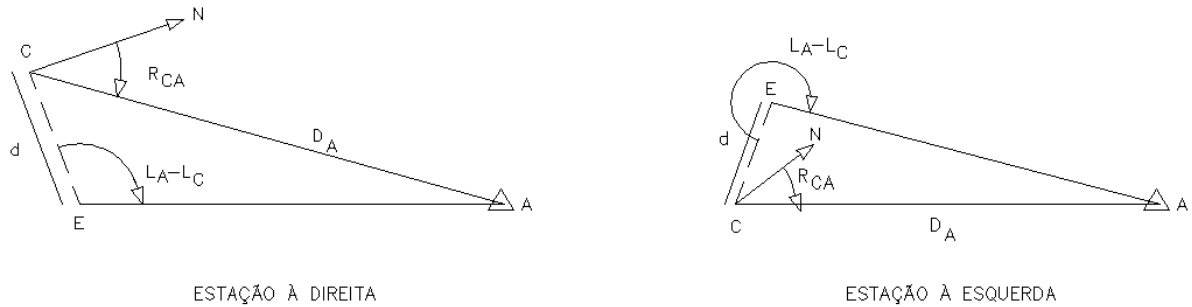


Figura 3 - Exemplo de vários triângulos da excêntrica

Nesse triângulo, mede-se o comprimento **d** do lado **EC**, fazem-se leituras zenitais e azimutais para **C** e uma azimutal para **A**. A leitura zenital em **C** é para calcular a cota da estação **E**.

Podemos calcular o rumo entre **C** e **A** e o comprimento **DA**, porque se conhecem as coordenadas dos pontos **C** e **A**.

Na figura 3, poderemos ver as duas posições possíveis do ponto **E** em relação aos pontos **C** e **A**.

Começemos por calcular o rumo e a distância de **C** para **A** com as seguintes fórmulas:

$$R_{CA} = \tan^{-1} \left(\frac{M_A - M_C}{P_A - P_C} \right) \quad (1.1.3)$$

$$D_A = \frac{(M_A - M_C)}{\sin R_{CA}} \quad (1.1.4)$$

Ou

$$D_A = \frac{(P_A - P_C)}{\cos R_{CA}} \quad (1.1.5)$$

Ou ainda

$$D_A = \sqrt{(M_A - M_C)^2 + (P_A - P_C)^2} \quad (1.1.6)$$

A diferença entre as leituras azimutais para os vértices **C** e **A**, servem para calcular o ângulo na estação **E** ($\hat{E} = L_A - L_C$). Visto que o seu resultado tem de ser sempre positivo temos que se analisar esta subtração, logo deve-se atender às seguintes regras.

- $\hat{E} = L_A - L_C$ se $L_A - L_C < 200 \text{ Gon}$
- $\hat{E} = 400 - (L_A - L_C)$ se $L_A - L_C > 200 \text{ Gon}$

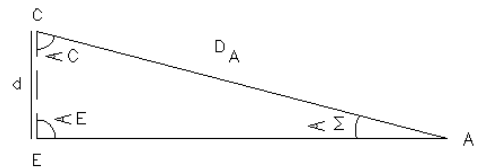
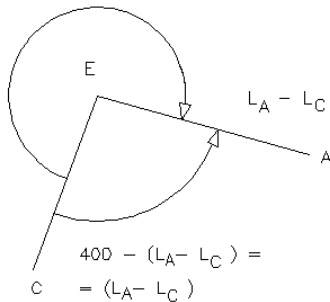


Figura 4 - Esquerda cálculo do ângulo E, direita resolução do triângulo

Utilizando o teorema dos senos no cálculo da excêntrica:

$$\frac{d}{\sin \varepsilon} = \frac{D_A}{\sin E}, \text{ ou seja } \sin \varepsilon = \frac{(d \cdot \sin E)}{D_A} \quad (1.1.7)$$

desta formula podemos deduzir a seguinte expressão que permite calcular o ε :

$$\varepsilon = \frac{d \cdot \rho \cdot (l_a - l_c)}{d_a} \quad (1.1.8)$$

Onde ρ pode ter os seguintes valores:

- Para grados $\rho = 636620$
- Para graus $\rho = 206268$

Tendo calculado o ε , poderemos calcular os restantes ângulos do triângulo.

Conhecido **E** e ε , o outro ângulo do triângulo em **C** é fácil de calcular, sem considerar os sinais desses ângulos:

$$C = 200 - (E + \varepsilon) \quad (1.1.9)$$

Para calcular o rumo.

Como se disse, vão ser utilizados agora **C**, ε e **E** e considerados os seus sinais, que é o mesmo do $\sin(L_A - L_C)$. Como é mostrado na próxima figura:

$$R_{CE} = R_{CA} + C \text{ e } R_{EA} = R_{CA} - \varepsilon \quad (1.1.10)$$

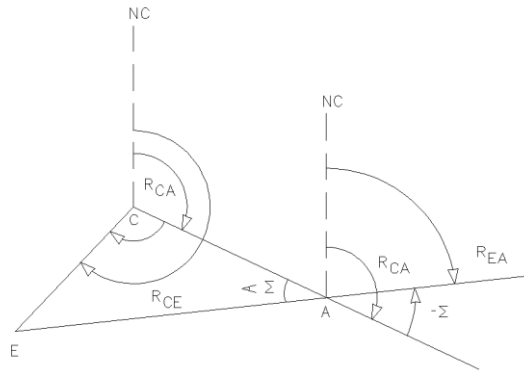


Figura 5 - Esquema do cálculo do rumo

Como primeiro rumo R_{CE} , poderemos calcular as coordenadas da estação **E**, uma vez que se sabe a distância d entre **C** e **E**. Calculamos a coordenadas utilizando as seguintes fórmulas:

$$M_E = M_C + d * \sin R_{CE} \quad e \quad P_E = P_C - d * \cos R_{CE} \quad (1.1.11)$$

Com o cálculo do segundo rumo pode-se obter um valor para o R_0 , porque se conhece a leitura L_A e o R_0 é calculado pela seguinte equação:

$$R_0 = R_{EA} - L_A \quad (1.1.12)$$

Finalmente, com as coordenadas de **E**, faz-se o cálculo da orientação do giro do horizonte, com o ponto **A** e com os pontos que se visaram para verificação.

Para cada ponto, calculamos um valor de R_0 . Cada valor de R_0 calculado é ligeiramente diferente do anterior, esta diferença deve de ser pequena, por isso no final realizamos uma média para o cálculo do R_0 médio, ficando com um valor de R_0 *mais preciso*.

1.1.2.2 – Cálculo da cota

Geralmente, a cota é calculada como é indicado na próxima figura, a partir da altura visada, e medindo-se a altura e a distância ao vértice.

Sejam C_E as cotas da estação **E** e C_t do terreno, no sinal **C**

Por nivelamento geométrico, vem:

$$C_E + a = C_t + H \quad ou \quad C_E = C_t + H - a \quad (1.1.13)$$

do que conhecemos:

C_t – cota do terreno do sinal;

H – altura medida no marco;

a – altura do instrumento.

Desta forma é mais fácil o cálculo da cota da estação, mas tem um inconveniente que nem sempre a cota do terreno, no sinal **C**, está materializada, então é mais correcto calcular a cota de **E** por meio de uma leitura zenital efectuada ao topo do sinal **C**.

Usa-se a seguinte fórmula:

$$C_E = C_V - VM - a \quad (1.1.14)$$

onde:

C_V – cota do topo do sinal, no caso de uma antena;

VM – Altura da Visada.

Ao realizar a visada para o vértice C há que temos de ter em atenção a paralaxe da visada como se ilustra na próxima figura 6. (Sousa Cruz & Redweik, 2003)

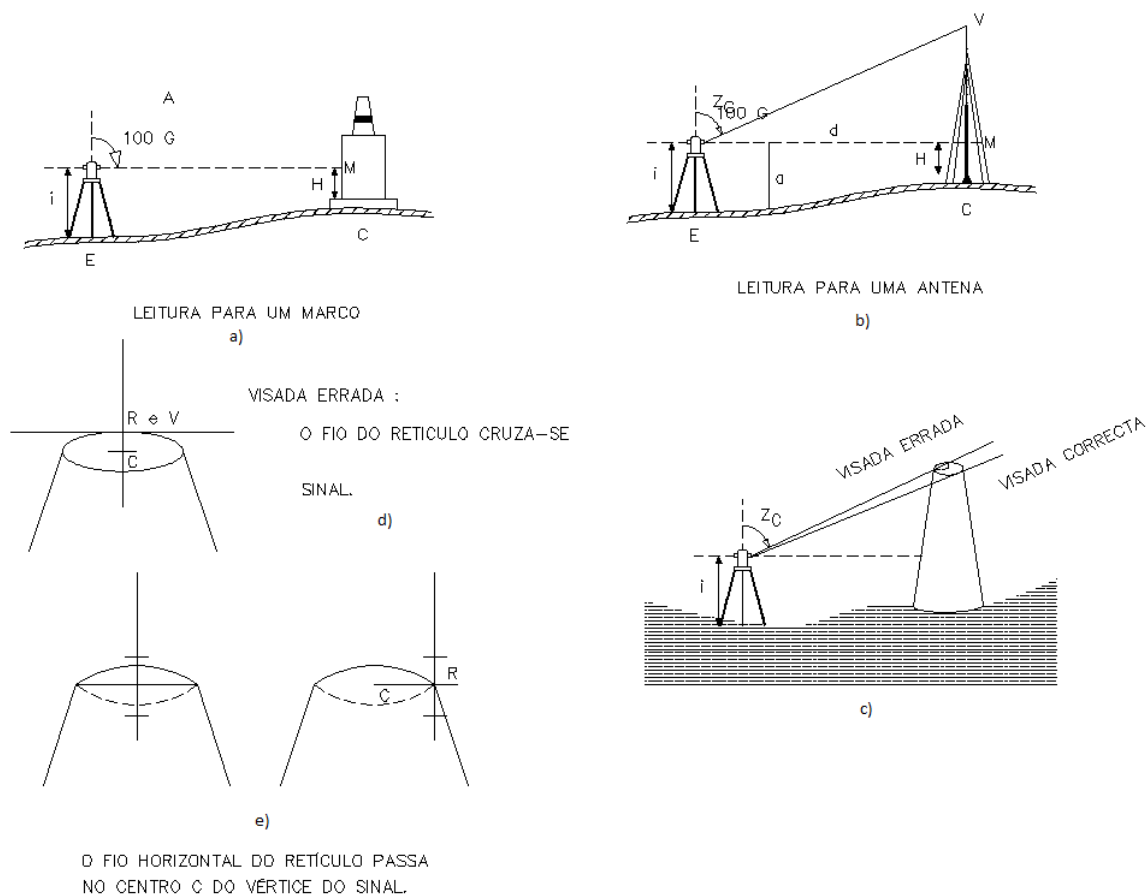


Figura 6 - Pormenor das visadas (adaptado de Sousa Cruz & Redweik, 2003)

1.1.3 – Execução do programa.

Executando este módulo do programa e escolhendo a opção **topografia** e é mostrado a seguinte janela onde podemos efectuar a escolha do método topográfico pretendido, neste caso vai ser escolhido a opção **excêntrica**.

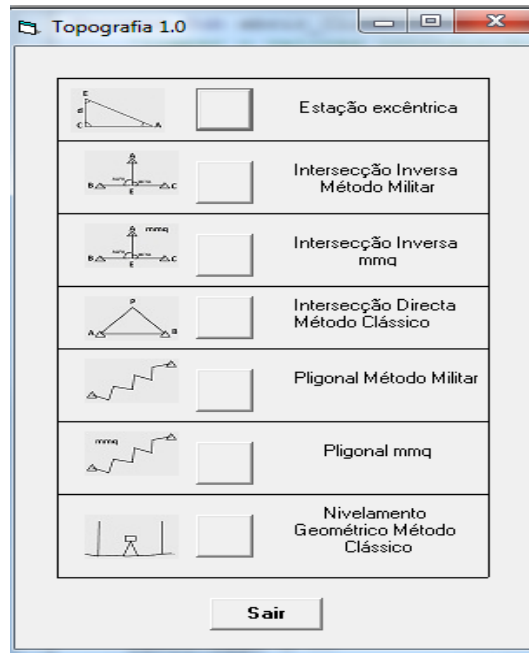


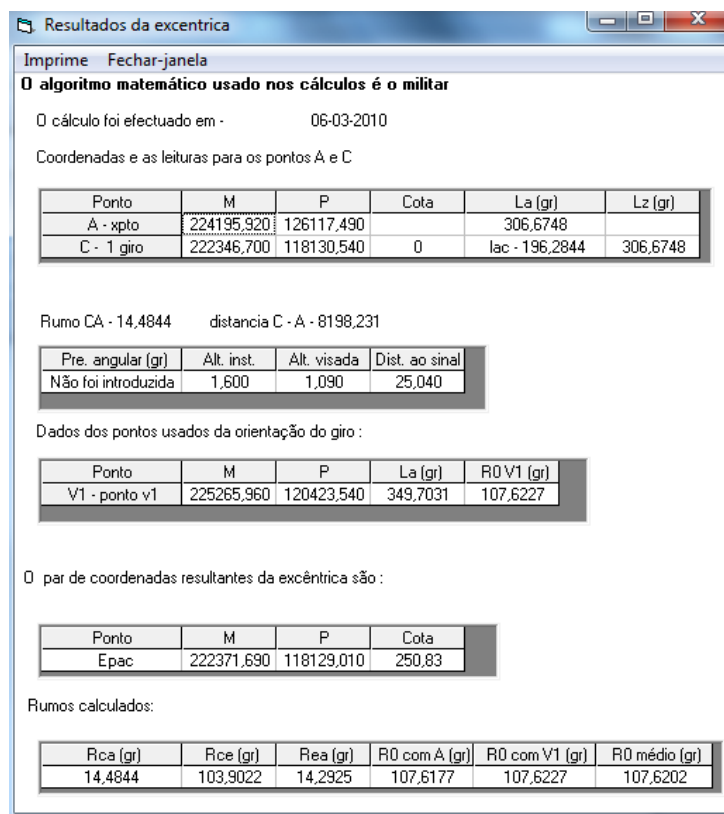
Figura 7 - Janela inicial do módulo de topografia

Carregando no botão executar abre-se a próxima janela.

A screenshot of the 'Introdução dos dados para o calculo Excêntrica 1.0' window. It contains several input fields for data entry, organized into sections. The 'Sinal A' section includes fields for 'Nome' (filled with 'kpto'), 'MA' (224195.920), 'PA' (126117.490), and 'la E-A' (306.6748). The 'Sinal C' section includes fields for 'Nome' (filled with '1 giro'), 'MC' (222346.7), 'PC' (118130.54), 'CC' (250.32), and 'la E-C' (196.2844). The 'Dados da Excêntrica' section includes fields for 'Alt. inst.' (1.6), 'Alt. visada' (1.09), and 'Dist.E - C' (25.04). On the right, the 'Ponto para orientação do giro' section includes fields for 'Nome' (ponto v1), 'Mv1' (225265.96), 'Pv1' (120423.540), and 'lav1' (349.7031). Below this is a field for 'Nome do a ponto calcular' (filled with 'Epac') and a dropdown for 'O numero de pontos que introduzidos para verificação (0 ou 1)' (set to 1). At the bottom right, there is a diagram of a triangle with vertices E (excêntrico), C (cêntrico), and A, with sides labeled d, zE, zC, and zA. A 'Calcular' button is next to the diagram.

Figura 8 - Janela da excêntrica

Nesta janela podemos introduzir os dados para o cálculo. No menu há a opção para abrir os ficheiros com os dados, gravar três ficheiros de texto (estes ficheiros só podem ser gravados depois de efectuar o cálculo), um com os resultados, outro com os dados e outro com uma lista de coordenadas para um CAD e também a opção de voltar para a janela dos métodos topográficos. Carregando no botão “Calcular” aparece o seguinte janela onde são apresentados os resultados de acordo com a figura 9.



Resultados da excêntrica

Imprime Fechar-janela

O algoritmo matemático usado nos cálculos é o militar

O cálculo foi efectuado em - 06-03-2010

Coordenadas e as leituras para os pontos A e C

Ponto	M	P	Cota	La (gr)	Lz (gr)
A - xpto	224195,920	126117,490		306,6748	
C - 1 giro	222346,700	118130,540	0	lac - 196,2844	306,6748

Rumo CA - 14,4844 distancia C - A - 8198,231

Pre. angular (gr)	Alt. inst.	Alt. visada	Dist. ao sinal
Não foi introduzida	1,600	1,090	25,040

Dados dos pontos usados da orientação do giro :

Ponto	M	P	La (gr)	R0 V1 (gr)
V1 - ponto v1	225265,960	120423,540	349,7031	107,6227

O par de coordenadas resultantes da excêntrica são :

Ponto	M	P	Cota
Epac	222371,690	118129,010	250,83

Rumos calculados:

Rca (gr)	Rce (gr)	Rea (gr)	R0 com A (gr)	R0 com V1 (gr)	R0 médio (gr)
14,4844	103,9022	14,2925	107,6177	107,6227	107,6202

Figura 9 - Ecrã com os resultados cálculo

Na próxima figura é apresentada a lista de coordenadas para importar para um CAD. No Civil 3d temos de substituir a vírgula por ponto e o ponto e vírgula por vírgula.

```
xpto; 224195,92;126117,49; Pa
1 giro; 222346,70;118130,54; 0,00; Pc
Epac; 222371,69;118129,01; -0,51, excêntrica
```

Figura 10 – Ficheiro de coordenadas da excêntrica

Na próxima figura é apresentando o ficheiro como os resultados do cálculo de um exemplo numérico.

As coordenadas e distâncias estão em metros e os rumos em graus O cálculo foi efectuado em -26-02-2010

Coordenadas e as leituras para os pontos A e C

A - xpto

MA - 224195,920 PA - 126117,490 CA - 250,32 l_{aA} - 306,6748 l_{zA} - 96,0268

C - 1 giro

MC - 222346,7 PC - 118130,54 l_{aC} -196,2844

Rumo CA - 14,4844 distancia C - A - 8198,231

Precisão angular do aparelho e '' - 5 Alt. do instrumento - 1,6 Alt. visada - 1,09 Dist. ao ponto C - 25,04

Dados dos pontos usados na verificação :

V - ponto v1

MV - 225265,96 PV - 120423,540 R_{0V} - 107,6227 l_{av} - 349,7031

O par de coordenadas resultantes da excêntrica são (Me e Pe)

Epac -> Me - 222371,69 Pe - 118129,01 Ce - 250,83

Rumos calculados:

RCA - 14,4844 RCE - 103,9022 REA - 14,2925 R₀ em A - 107,6177 R₀ em V1 - 107,6227 R₀ médio - 107,6202

Figura 11 - Ficheiro de resultados da excêntrica

1.1.4 – Análise de resultados

Fazendo a validação dos resultados deste programa vão ser utilizadas as folhas de cálculo em Excel, que foram programadas e validadas pelo autor durante a realização do seu curso de Eng^a. Topográfica. Em algumas opções deste programa também vai ser usado o Topmais, programado pelo Prof. Doutor Carlos Antunes.

Foi escolhido um trabalho realizado em Beja, com a seguinte ordem de trabalho:

- Com as coordenadas de u Vértice Auxiliar Permanente o “Saúde 1º”, Situado mais a Oeste do conjunto de três, junto do Vértice Geodésico “Saúde”.

Tabela 1 – Coordenadas do Vértice Geodésico Saúde

	M	P	Cota Topo	Cota Tereno
Saúde	222 346,70	118 130,54	255,72	250,32

- Pelo método da Estação Excêntrica determinar:
 1. As coordenadas da sua estação, verificadas param mais dois V.G. no mínimo, observadas durante o giro efectuado;
 2. As coordenadas do V.G. “Saúde”, obtidas por irradiação a partir das coordenadas da estação anteriormente determinadas;

Folha de observações:

DATA:
EST:

HORA:

Nº DO APARELHO:

PAG: 1/1

I=

COORD.	PONTO VISADO	AZ	MÉDIA
M= 223346,70 P= 118130,54 C= (terreno) 250,32	Saúde 1º (esquerda)	DP 189,2176 IR 389,2478 0,0302	189,2327
M= 223346,70 P= 118130,54 C= (terreno) 250,32	Saúde 1º (direita)	DP 203,3522 IR 3,3500 0,0022	203,3511
M= 224195,92 P= 126117,49 C=	Chafariz	DP 306,6754 IR 106,6742 0,0012	306,6748
M= 225471,61 P= 122857,38 C= 207,53	Carascal	DP 329,3280 IR 129,3274 0,0006	329,3277
M= 225265,96 P= 120423,54 C= 230,36	Carocha	DP 349,7028 IR 149,7034 0,0006	349,7031
M= 224401,66 P= 118076,43 C= (terreno) 250,23	Saúde	DP 58,2772 IR 258,2734 0,0038	58,2753

Z	MÉDIA	DH	DESNIVEL
100,0052 300,0046 -0,0098	100,0003	0	0
100,0002 300,0006 -0,0008	99,9998	25,035 0	0
0,0000 0,0000	0,0000	0	0
0,0000 0,0000	0,0000	0	0
0,0000 97,4224 302,5722 0,0054	97,4251	0	0

Figura 12 – Folha de observações do 1º giro

Estrela de pontaria:

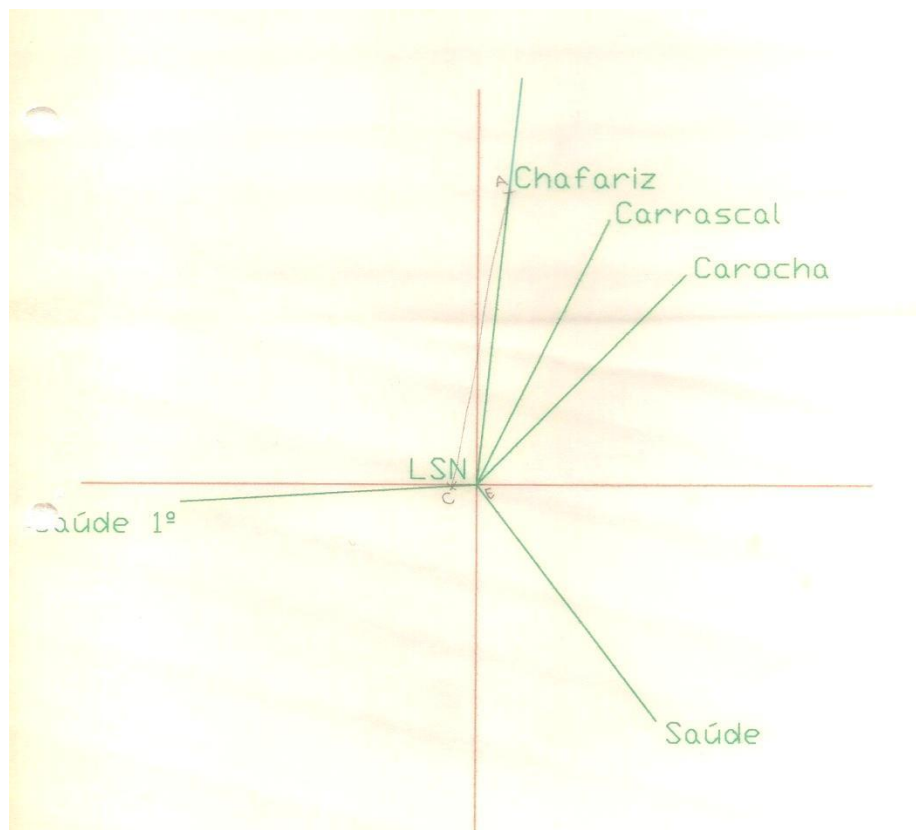


Figura 13 – Estrela de pontaria do 1º giro

Resultados obtidos pela Folha de Cálculo:

ESTAÇÃO EXCÊNTRICA DE Saúde			
-CÁLCULO DA COORDENADAS-		SINAL A : Chafariz	
RUMO C-A E DISTÂNCIA	ÂNGULOS B, C TRIÂNGULO A C E	RUMOS C-E e E-A ÂNGULO ORIENTADOR R0	ORIENTAÇÃO DO GIRO NO HORIZONTE
MA= 224 195,92 MC= 222 346,70 MA-MC= 1849,22 SEN Rca= 0,22563306 Da= 8198,230596 PA= 126 117,49 PC= 118 130,54 PA-PC= 7986,95 COS Rca= 0,974228513 Da= 8198,231 Tg Ra= 0,231530184 (r)= 14,4844498 Rca= 14,4844	LA= 306,6748 LC= 196,2844 LA-LC= 110,3904 d= 25,04 $\epsilon = \frac{d \cdot \rho \cdot \sin(la - lc)}{da}$ $\rho = \frac{360^\circ}{200^\circ}$ $\epsilon = (lcl) \cdot \sin(lcl) < 180^\circ$ $\epsilon = 360^\circ - (lcl) \cdot \sin(lcl) > 180^\circ$ $\hat{C} = \frac{180^\circ}{200^\circ} \cdot (\hat{E} + \epsilon')$ B= 110,3904 s= 0,194444 B+s= 110,5848 C= 89,4152	Rca= 14,4844 s+C= 89,4152 Rce= 103,8996 Rca= 14,4844 s= 0,1944 Rea= 14,2900 Rea= 14,2900 -La= 306,6748 R0= 107,6152	Chafariz Carocha Mv= 224 195,92 225 265,96 Me= 222 371,69 222 371,69 0,00 0,00 Mv-Me= 1824,22696 2894,26696 0 0 Pv= 126 117,49 120 423,54 Pe= 118 129,01 118 129,01 0,00 0,00 Pv-Pe= 7988,48286 2294,53286 0 0 Tg R= 0,22836712 1,26137525 0 0 (r)= 14,2925909 57,3256994 0,0000000 0,0000000 Rv= 14,2926 57,3257 0,0000 0,0000 -Lv= 306,6748 349,7031 R0= 107,6178 107,6226 0,0000 0,0000 R0 médio= 107,6202
COTA DA ESTAÇÃO		TRANSPORTE DE COORD. DE C A E	TRANSPORTE DE COORDENADAS DA EXECT. A
ALT. DO INST= 1,60 ALT. VISADA= 1,09 DESNIVEL= 0,51 COTA DA BASE= 250,32 COTA DA EST= 250,83		d= 25,04 sin Rce= 0,99812451 Me-Mc= 24,99 Mc= 222 346,70 Me= 222 371,69 d= 25,04 cos Rce= -0,0612166 Pe-Pc= -1,532662815 Pc= 118 130,54 Pe= 118 129,01	CÁLCULO DO RUMO Lf= 58,2753 +R0= 107,6202 Rf= 165,8955 Cálculo da dist. red. d=g SIN ² Z Z= 97,4251 SIN Z= 0,99918215 SIN ² Z= 0,99836498 g= 60,53 d= 60,431 Mf= 222 402,54 CÁLCULO DA COORDENADAS Mf - Me = d . sen Rf Pf - Pe = d . cos Rf Pf = (Pf - Pe) + Pe d= 60,431 sin Rf= 0,51045369 Mf-Me= 30,8472431 Me= 222 371,69 Mf= 222 402,54 d= 60,431 cos Rf= -0,85890525 Pf - Pe= -51,9649616 Pe= 118 129,01 Pf= 118 077,04 CÁLCULO DA COTA d N = d . tg V = d . cotg Z Cf = Ce ± d N + a = A d= 60,431 Ctg Z= 0,0404685 Desnível= 2,446 Alt. inst+a= 1,60 Alt. vis. -A= 3,02 Ce= 250,83 Cf= 251,86

* C' e ε entram como o respectivo sinal que é o do sin (La-Lc)

Resultados obtidos pelo programa de topografia:

Resultados da excêntrica

Imprime

Fechar-janela

O algoritmo matemático usado nos cálculos é o militar

O cálculo foi efectuado em - 09-11-2011

Coordenadas e as leituras para os pontos A e C

Ponto	M	P	Cota	La (gr)
A - Chafariz	224195,920	126117,490	-----	306,6748
C - 1 giro	222346,700	118130,540	250,32	196,2844

Rumo CA - 14,4844 distancia C - A - 8198,231

Pre. angular (gr)	Alt. inst.	Alt. visada	Dist. ao sinal
Não foi introduzida	1,600	1,090	25,040

Dados dos pontos usados da orientação do giro :

Ponto	M	P	La (gr)	R0 V1 (gr)
V1 - Carocha	225265,96	120423,54	349,7031	107,6227

O par de coordenadas resultantes da excêntrica são :

Ponto	M	P	Cota
estação 1	222371,69	118129,01	249,81

Rumos calculados:

Rca (gr)	Rce (gr)	Rea (gr)	R0 com A (gr)	R0 com V1 (gr)	R0 médio (gr)
14,4844	103,9022	14,2925	107,6177	107,6227	107,6202

Figura14 – Janela com os resultados da excêntrica do 1º Giro

Como se pode verificar os resultados são iguais, só se verifica a diferença de 1'' no cálculo do R₀ no ponto A. Esta diferença não tem significado, porque é devido á passagem dos ângulos em radianos para graus.

1.2 - Intersecção Inversa

O método aqui apresentado é designado método clássico, sem qualquer ajustamento, onde é escolhido as melhores das três direcções, sendo as restantes utilizadas para verificação.

Para resolver o problema de coordenar uma estação visando 4 pontos com coordenadas conhecidas, sendo 3 pontos o **A** (MA, PA), **B** (MB, PB) e **C** (MC, PC) utilizados para determinar as coordenadas da estação e o quarto é usado para a verificação das coordenadas calculadas, isto é, com o qual se estima a precisão das mesmas.

1.2.1 – Fundamentos do processo da intersecção inversa

Como podemos ver na próxima figura as coordenadas de um ponto podem ser obtidas executando três pontarias feitas para vértices com coordenadas conhecidas, as restantes pontarias são usadas para fazer a verificação das coordenadas calculadas.

Estacionando no em **E** do qual queremos saber as coordenadas visando os vértices **A**, **B** e **C** que vão ser usados como base para o cálculo das coordenadas de **E**.

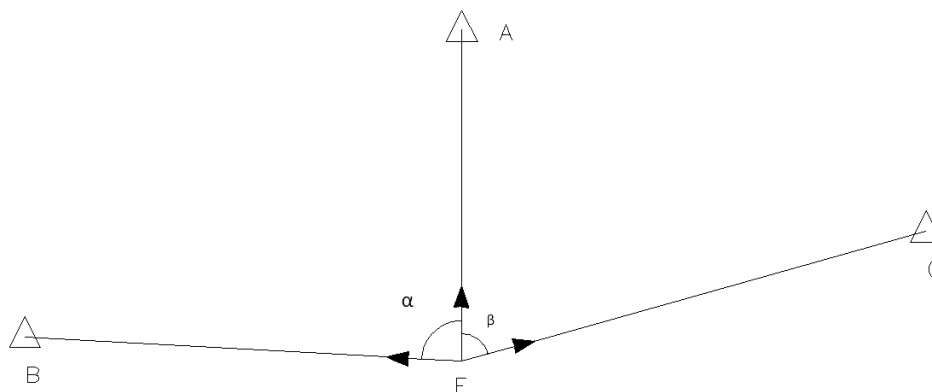


Figura 15 - Esquema da intersecção inversa

É possível determinar a posição do ponto **E** à custa dos ângulos α e β . Estes ângulos são habitualmente calculados pelas diferenças das leituras azimutais feitas para os vértices conhecidos.

Desenhando os vértices **A**, **B** e **C** pelas suas coordenadas, numa determinada escala, a posição de **E** obtém-se, como é indicado na próxima figura, por intersecção dos arcos capazes de α e β :

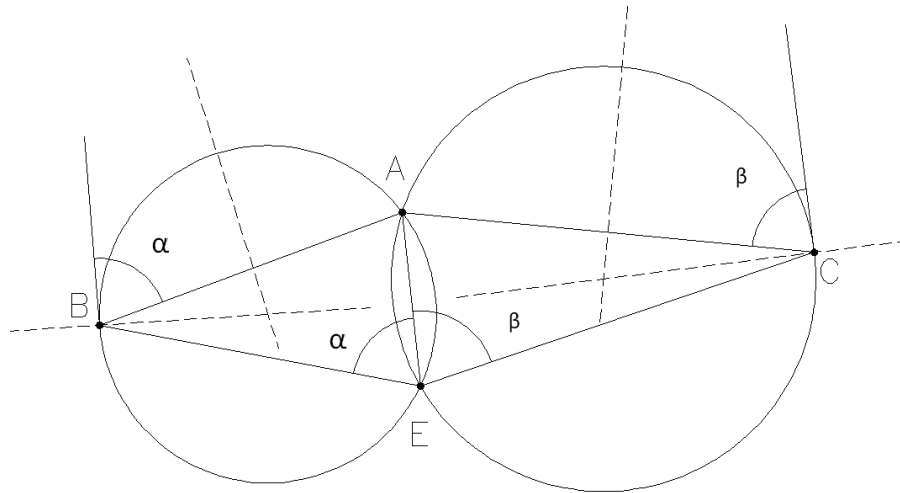


Figura 16 - determinação gráfica da localização do ponto E

Traçando o segmento que une **A** com **B** e pela extremidade **B** traçamos um ângulo igual a α . A meio do segmento **AB** traçamos uma perpendicular e pelo ponto **B** uma perpendicular ao outro lado que define o ângulo α .

Estas duas linhas interceptam-se num ponto que será o centro da circunferência que passa por **A** e **B**, visto ele ser equidistante destes pontos. De igual modo unimos **A** com **C**, marcando na extremidade de **C** um ângulo igual a β e prosseguimos até definirmos nova circunferência que intersectara a primeira, sendo este ponto, o nosso ponto estação (**E**), em virtude de a partir dele se visar **AB** segundo um ângulo α e **AC** segundo um ângulo β .

Verifica-se que assim é, pois **BEA** é um ângulo inscrito, logo dado por $\frac{\widehat{AB}}{2}$ o qual mede α , pois foi determinado à custa de um ângulo de um segmento.

Da mesma forma prova que **AEC** mede β .

Após esta consideração geométrica da possibilidade de determinação das coordenadas de um ponto à custa dos três pontos visados com coordenadas conhecida, passamos a apresentar as fórmulas que permitem calcular analiticamente as coordenadas do ponto **E**.

Designando agora por α o ângulo dado pela diferença das leituras para **B** e para **A**.

$$\alpha = L_B - L_A \quad (1.2.1)$$

E por β o ângulo dado pela diferença entre as leituras para **C** e para **A**.

$$\beta = L_C - L_A \quad (1.2.2)$$

As fórmulas que são usadas para calcular os rumos das direcções de **A** e **B**, e as coordenadas da estação são:

$$\tan R_A = \frac{(M_B - M_A) \cdot \cot \alpha - (M_C - M_A) \cdot \cot \beta - (P_B - P_C)}{(P_B - P_A) \cdot \cot \alpha - (P_C - P_A) \cdot \cot \beta - (M_B - M_C)} \quad (1.2.3)$$

$$\begin{cases} P_E - P_A = \frac{(M_A - M_B) - (P_A - P_B) \cdot \tan R_B}{\tan R_B - \tan R_A} \\ M_E - M_A = (P_E - P_A) \cdot \tan R_A \end{cases} \quad (1.2.4)$$

Este processo é chamado por MÈTODO DE DE LAMBRE.

Como conhecemos as coordenadas do três vértices **A**, **B**, **C**, assim como os ângulos α e β , após o cálculo das suas co-tangentes e tendo realizado as operações indicadas na primeira fórmula, encontramos o valor da tangente do rumo da estação **E** para o vértice **A**, e consequentemente o valor do rumo R_A .

Para determinar o rumo da estação **E** para **B**, basta adicionar-lhe o ângulo α .

$$R_B = R_A + \alpha \quad (1.2.5)$$

Com estes dois rumos, o cálculo das coordenadas de estação é imediato utilizando as duas fórmulas apresentadas no método de Delambert, das quais conhecemos os segundos membros.

O R_0 o rumo de orientação do giro, é calculado pela seguinte fórmula:

$$R_0 = R_A - L_A \quad (1.2.6)$$

O ângulo calculado nesta subtracção tem de ter em conta o quadrante do R_A (rumo para o vértice A), porque anteriormente tinha sido calculado com menos 200 gons por não se conhecer os sinais dos seus seno e co-seno, mas estes valores já são conhecido, pois resulta dos sinais de $(M_E - M_A)$ e $(P_E - P_A)$.

Na orientação de giro, os $M_E - M_A$ e $P_E - P_A$ tinham os sinais dos respectivamente do seno e do co-seno, trocando os sinais desses valores, obtemos os sinais dessas funções que nos indicam o quadrante de R_A .

Para saber a precisão do ponto calculado utilizamos as visadas para os outros vértices.

Ao fazermos a verificação com os restantes vértices encontramos os desvios angulares que se designam por ε'' (corresponde a resíduos dos ângulos observados).

Para converter estes desvios angulares em desvios lineares em metros temos de aplicar as seguintes equações:

Cálculo do desvio angular (ε''):

$$\varepsilon'' = (lc - lv) * 10\,000 \quad (1.2.7)$$

onde:

lc – leitura calculada

lv – leitura da visada

Para transforma o ε'' em distância (em metros), ou erro linear aplica-se a seguinte formula:

$$d = \varepsilon'' * D_V * \sin 0.0001 \text{ gon} \quad (1.2.8)$$

(esta conversão foi a programada)

ou de outra forma

$$d = \varepsilon'' * D_V * 0.000\,001\,57 \quad (1.2.9)$$

O máximo do desvio linear admissível é de 1 m.

1.2.2 – Cálculo da altimetria da inversa

O objectivo deste processo, designado de nivelamento trigonométrico inverso, é por observação inversa do ângulo zenital, determinar a cota da estação.

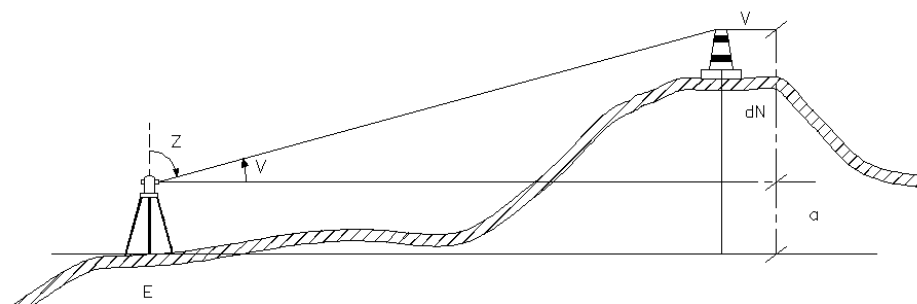


Figura 17 - Determinação da cota

Os ângulos zenitais multiplicam-se pela distância ao vértice e ficamos a conhecer o desnível (dn). No caso do nivelamento inverso se o ângulo zenital é inferior a 100 gons a sua co-tangente é positiva, no entanto o desnível é negativo, se for superior a 100 gons a co-tangente é negativa e o desnível positivo.

Como regra, no nivelamento inverso os desníveis têm sinais contrários aos das funções trigonométricas determinadas pelo cálculo.

Ao desnível calculado temos de corrigir a curvatura da Terra e a refração, esta correcção é chamada de correcção de nível aparente e é calculada pela seguinte fórmula:

$$Cna = D^2 * -\left(\frac{0.5-0.07}{6374372}\right) * -1 = (D^2 * 6.74576 e^{-8}) * -1 \quad (1.2.10)$$

Esta correcção é aplicada, porque que os vários vértices visados têm várias altitudes, isto é, são visadas várias superfícies de nível, mas devido ao efeito de curvatura da Terra, temos diferentes superfícies de nível, e devido ao efeito de refração atmosférica vertical, influencia as medição zenitais, porque os raios visuais dos objectos são desviados, aparentando que estes estão mais alto do que na realidade.

Segundo as leis de Descartes um raio óptico é desviado quando passa de um meio de maior densidade para outro de menor densidade, por esta razão as condições atmosféricas influenciam estas medições, já que o raio da visada que atravessa diferentes, camadas atmosféricas.

O valor para este índice em Portugal é $n=0.07$.

Este efeito pode ser desprezado em distâncias pequenas. Para uma distância de 200 m a correcção conjunta é de 3 mm. No entanto, quando se tratar de um nivelamento sucessivo, este efeito é acumulativo, logo já não é um efeito desprezível (I.G.E.C, 1990).

A cota do ponto é então calcula pela seguinte fórmula:

$$c = c_v + dn + Cna \quad (1.2.11)$$

1.2.3 – Restrições da intersecção inversa

Vamos ver as restrições de distribuição geométrica impostas aos vértices **A**, **B**, **C** utilizados na intersecção inversa, para que esta resulte numa boa solução.

Na intersecção inversa os ângulos α e β dados por:

$$\alpha = L_B - L_A \quad \beta = L_C - L_A \quad (1.2.12)$$

Devemos ainda salientar que o vértice C deve estar a uma distância do ponto estação superior à distância dos outros dois vértices ao (Manual do topógrafo auxiliar).

1.2.3.1 – Círculo de indeterminação

Considerados os três pontos fixos **A**, **B** e **C**, situados sobre uma circunferência, esta é chamada de circunferência de indeterminação ou círculo perigoso.

Nestas condições, se o ponto **E** fica sobre esta circunferência, o seu posicionamento é indeterminado; pois haverá uma indefinição causada pela posição dos pontos base, visto que os arcos capazes, de α e β , srem coincidentes.

Como a circunferência é circunscrita ao quadrilátero **[ABCE]**, tal como na próxima figura, então $\alpha + \beta + \gamma = 200\text{ grad}$ (sendo o ângulo γ , em dois, calculado da diferença R_{BA} e R_{BC} .)

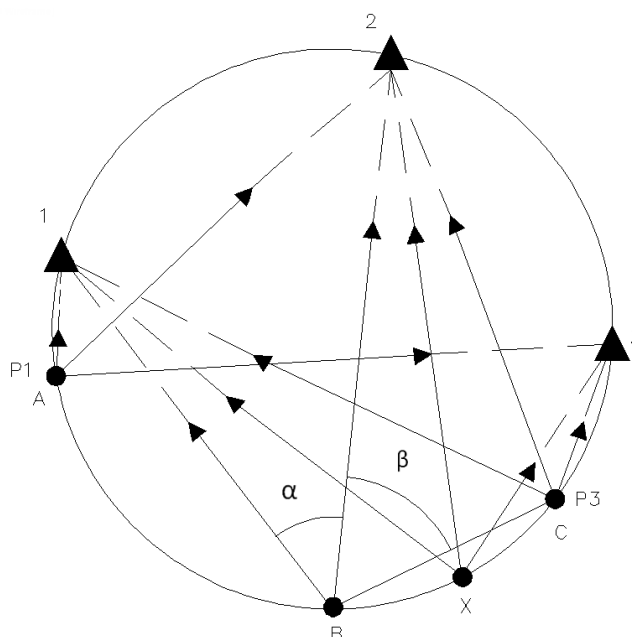


Figura 18 - Círculo de indeterminação

Esta situação levamos á possibilidade de indeterminação, ou de má determinação, que se pode deduzir-se, quer graficamente, quer a partir da análise dos valores de $(M_A - M_B)$ e de $(P_B - P_A)$.

Como é mostrado na figura 18 em ambos os casos o ângulo entre as tangentes geométricas é mau (demasiado fechado) a possibilidade da uma boa determinação de **E** é muito remota, visto que as duas circunferências capazes são quase tangentes (Fonseca, 1980).

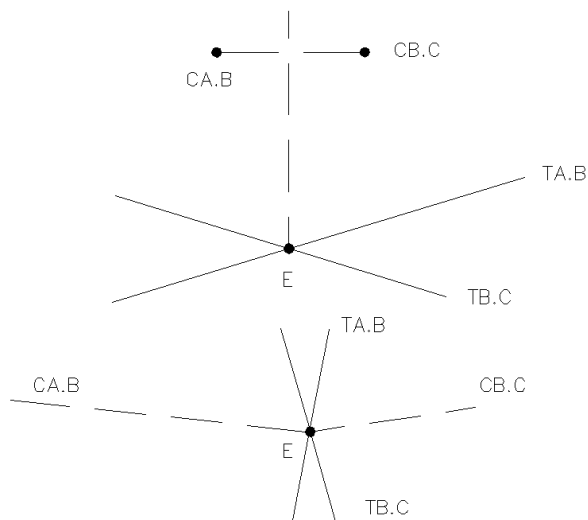


Figura 19 - Centros das circunferências

Para evitar esta indeterminação o ângulo α deve estar dentro dos seguintes limites:

$$50\text{gr} < \alpha < 150\text{gr} \text{ ou } 250\text{gr} < \alpha < 350\text{gr} \quad (1.2.13)$$

O valor do ângulo β é dependente do valor do ângulo α com é mostrado pelas formulas de (1.2.12), que são influenciadas pela dos posição dos pontos A, B e C, que é demonstrada na figura 15.

1.2.4 – Explicação das funções usadas neste programa

Agora fazendo a escolha **da intersecção inversa** na janela do programa de **topografia** aparece seguinte ecrã para a introdução dos dados do cálculo da intersecção.

Introdução dos dados para o cálculo da Intersecção Inversa pelo Método da Delambre 1.0

Abrir Grava Sair

Este programa executa os cálculos para as leituras em graus

Nome do a ponto calcular: Altura do instrumento:

Pontos escolhidos para o cálculo			Pontos para verificação		
Ponto A	Ponto B	Ponto C	verificar 1	verificar 2	verificar 3
<input type="text" value="aaaaaaa"/>	<input type="text" value="bbbbbbbbbb"/>	<input type="text" value="ccccccccc"/>	<input type="text" value="v11111111"/>	<input type="text" value="v22222222"/>	<input type="text" value="v3333333333"/>
M <input type="text" value="222401.660"/>	M <input type="text" value="221988.510"/>	M <input type="text" value="218452.430"/>	M <input type="text" value="225265.960"/>	M <input type="text" value="222346.700"/>	M <input type="text" value="218758.750"/>
P <input type="text" value="118076.430"/>	P <input type="text" value="128386.820"/>	P <input type="text" value="123120.810"/>	P <input type="text" value="120423.540"/>	P <input type="text" value="118.131"/>	P <input type="text" value="117920.950"/>
<input checked="" type="checkbox"/> Entra no cálculo da cota	<input checked="" type="checkbox"/> Entra no cálculo da cota	<input checked="" type="checkbox"/> Entra no cálculo da cota	<input checked="" type="checkbox"/> Entra no cálculo da cota	<input checked="" type="checkbox"/> Entra no cálculo da cota	<input checked="" type="checkbox"/> Entra no cálculo da cota
cota <input type="text" value="230.36"/>	cota <input type="text" value="172.87"/>	cota <input type="text" value="199.48"/>	cota <input type="text" value="230.36"/>	cota <input type="text" value="295.72"/>	cota <input type="text" value="223.20"/>
la <input type="text" value="140.9730"/>	la <input type="text" value="395.628"/>	la <input type="text" value="302.6783"/>	la <input type="text" value="96.9246"/>	la <input type="text" value="141.2473"/>	la <input type="text" value="190.0049"/>
lx <input type="text" value="99.2921"/>	lx <input type="text" value="100.2634"/>	lx <input type="text" value="99.8806"/>	lx <input type="text" value="99.6461"/>	lx <input type="text" value="99.2612"/>	lx <input type="text" value="99.6545"/>

Quantos pontos foram introduzidos para verificar as coordenadas calculadas (0, 1, 2, 3) **Calcular Inversa**

Figura 20 - Janela inicial do cálculo da Intersecção Inversa

Neste ecrã podemos abrir ficheiros com os dados para o cálculo, gravar o ficheiro com os dados, com os resultados, lista de coordenadas CAD e também sair da inversa e voltar para ecrã dos métodos topográficos. Carregando em **“Calcular”** aparece a janela onde é mostrada os resultados a qual é mostrada na próxima figura.

As coordenadas e distâncias estão em metros e os rumos em graus O cálculo foi efectuado em - 20/08/2009

O programa para efectuar o controlo e efectuar os cálculos as leituras introduzidas não podem ter o valor zero

O segundo par de coordenadas (Mp2 e Pe2) é calculadas pelo o método dos coeficientes de direcção

Pontos utilizados para a resolução da inversa:

ponto A
MA = 222401.66 PA = 118076.43 CA = 230.36 laz = 140.973 lz = 99.2921 Ra = 366.7833

ponto b
MB = 221988.51 PB = 128386.82 CB = 172.87 laz = 395.6284 lzb = 100.2634 Rb = 221.4387

ponto c
Mc = 218452.43 Pc = 123120.81 Cc = 199.48 lazc = 302.6783 lzc = 99.8906 Rc = 128.4886

0 2º par de coordenadas e R0 (M2, P2 e R02)
Mp1 = 219901.432 Pp1 = 122425.329 R0 = 25.8103 Mp2 = 219901.514 Pp2 = 122425.317 R02 = 25.8095

Nome dos pontos usados na verificação :

v1 - verifica 1 v2 - verifica 2 v3 - verifica 3

Resultados da verificação (m) :

1º par de coordenadas
erro de v1 = 0.181 erro de v2 = 0.616 erro de v3 = 0.08 Precisão do ponto da II (1º par)= 0.647

2º par de coordenadas
erro de v1 = 0.254 erro de v2 = 0.554 erro de v3 = 0.139 Precisão do ponto da II (2ºpar)= 0.625

Cálculo da cota do ponto:

Cp A = 172.88 Cp B = 196.31 Cp C = 196.29 Cp V1 = 196.26 Cp V2 = 196.72 Cp V3 = 196.52 Alt. inst = 0

Fazer a media das cotas, retirar a altura do instrumento á media para calcular a cota do ponto da II

Figura 21 - Janela com os resultados do cálculo

1.2.5 – Análise dos Resultados

Para a validação deste módulo do programa foi escolhido um trabalho realizado em Beja, com a seguinte ordem de trabalho:

Determinação das coordenadas de um ponto por intersecção directa a partir de estações determinadas por intersecção directa.

Compensação das coordenadas pelo círculo das direcções (mínimos quadrados só com uma iteração)

1. Determinar as coordenadas do “pára-raios” existente no topo do silo da “EPAC”, situado a Norte de Beja. A coordenada cota será da base do pára-raios, junto ao topo da alvenaria;
2. As observações devem de incluir o vértice auxiliar “EPAC” para o fim em vista;

Os locais devem de estar afastados de modo a que os ângulos de intersecção de intersecção no vértice “EPAC” sejam próximos dos 100 graus.

Em cada estação observar pelo menos seis vértices geodésicos, além do “EPAC”, de modo a ter redundância de dados e permitir a compensação pelos mínimos quadrados.

Em cada estação observar nas posições:

Directa progressiva e

Inversa regressiva

Bem como medir a altura do instrumentos.

Compensar as coordenadas do vértice auxiliar “EPAC” achadas, pelo método dos mínimos quadrados

Vai ser apresentada as folhas de observação e cálculo de cada giro em separado.

1º GIRO

Folha de observações:

ESTAÇÃO: 1º GIRO							
I: 1.51		HORA:		Nº DO APARELHO:		PÁG: /	
COORD.	PONTO VISADO	AZ	MÉDIA	Z	MÉDIA	FIOS VISADOS	DH G
M= 222 053.510 P= 144 654.920 C= 284.110	CTT	DP 19.8420 IR 219.8414	19.8417	99.2624 300.4387 0.2989	99.4119	FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
M= 213 242.700 P= 116 599.610 C= 217.381		DP 103.7144 IR 303.7110		100.1303 299.5695 0.3002		FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
M= 218 452.430 P= 123 120.810 C= 199.480		DP 173.1428 IR 373.1390		100.4786 299.2210 0.3004		FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
M= 224 195.920 P= 126 117.490 C= 174.700	CHAFARIZ	DP 228.6833 IR 28.6846	228.6840	100.3679 299.3310 0.3011	100.5185	FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
M= 225 471.610 P= 122 857.380 C= 207.530	CARRASCAL	DP 251.3544 IR 51.3560	251.3552	100.3679 299.3365 0.2956		FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
M= 225 205.960 P= 120 423.540 C= 230.360	CAROCHA	DP 271.7460 IR 71.7464	271.7462	100.2311 299.4715 0.2974		FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
M= P= C=	EPAC	DP 290.5060 IR 90.5076	290.5068	95.8781 303.8246 0.2973	96.0268	FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
M= 222 401.660 P= 118 076.430 C= 253.350	SAÚDE	DP 369.5363 IR 169.5432	369.5398	97.8415 301.8575 0.3010		FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
M= 222 346.700 P= 118 130.540 C= 255.720	SAÚDE 1º	DP 375.2843 IR 175.2836	375.2840	97.8455 301.8583 0.2962		FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
M= P= C=		DP IR 	0.0000	 0.0000	0.0000	FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
M= P= C=		DP IR 	0.0000	 0.0000		FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
M= P= C=		DP IR 		 0.0000		FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00

Figura22 - Observações do 1º Giro

Estrela de pontaria:

1ºGIRO

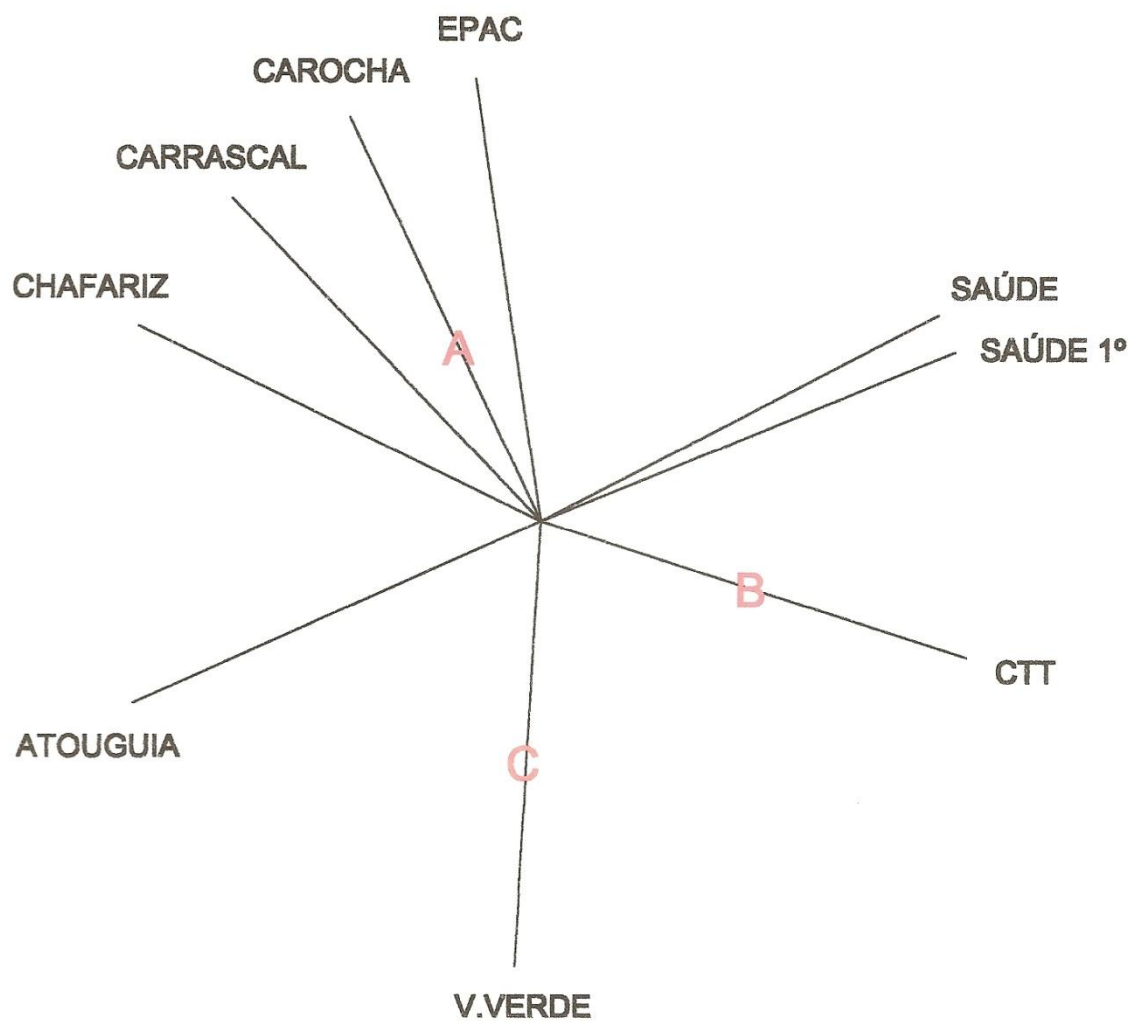


Figura23 – Estrela de pontaria do 1º Giro

Resultados obtidos pela Folha de Cálculo do 1º Giro:

INTERSECÇÃO INVERSA

ESTAÇÃO: 1ºGIRO

A- CAROCHA

B- CTT

C- V.VERDE

ORIENTAÇÃO

Lb=	19.8417	Lc=	103.7127	Ra=	57.4597	Ra=	57.45970708
-La=	271.7462	-La=	271.7462	+α=	148.0955	+β=	231.9665
α=	148.0955	β=	231.9665	Rb=	205.5552	Rc=	-110.5738

Mb=	222053.51	cotgα		Pb=	114654.92
Ma=	225265.96	-0.94188946		Pa=	120423.54
Mb-Ma=	-3212.45			Pb-Pa=	-5768.62
Mc=	213242.70	cotgβ		Pc=	116599.61
Ma=	225265.96	1.821262747		Pa=	120423.54
Mc-Ma=	-12023.26			Pc-Pa=	-3823.93
Pb=	114654.92			Mb=	222053.51
Pc=	116599.61			Mc=	213242.70
Pb-Pc=	-1944.69			Mb-Mc=	8810.81
p-Ma)*cotgα=	3025.772784			(Pb-Pa)*cotgα=	5433.402356
Ma)*cotgβ=	21897.51554			-(Pc-Pa)*cotgβ=	6964.381257
	24923.2883212				12397.78361
-(Pb-Pc)=	1944.69			+(Mb-Mc)=	8810.81
Numerador=	26867.97832			Denominador=	21208.59361
tgRa=	1.266843941			Ra=	57.45970708
(Ra)=	57.45970708			-La=	271.7462
Ra=	57.4597			R0=	185.7135

Pa-Pb=	5768.62
tgRb=	0.087483148
	-504.6570383
Ma-Mb=	3212.45
Numerador=	2707.792962
tgRb=	0.087483148
-tgRa=	-1.266843941
	-1.179360793
Pe-Pa=	-2295.983534
tgRa=	1.266843941
Me-Ma=	-2908.652829
Ma=	225265.96
Me=	222357.307
Pe-Pa=	-2295.983534
Pa=	120423.54
Pe=	118127.556

VERIFICAÇÃO

	V.VERDE	ATOUGUIA	CHAFARIZ	CARRASCAL
Mv	213242.70	213452.43	224195.92	225471.61
Me	222357.31	222357.31	222357.31	222357.31
Mv-Me	-9114.6072	-3004.8772	1838.6128	3114.3028
senRc				
Dv	9241.790	8338.821	8198.752	5663.048
Pv	116599.61	122120.81	126117.49	122857.38
Pe	118127.56	118127.56	118127.56	118127.56
Pv-Pe	-1527.94647	4002.25353	7989.93353	4729.82353
cosRc				
Dv	9241.790	8338.821	8198.752	5663.048
tgRc	5.965266044	-0.702030623	0.230116161	0.658439539
(Rc)	89.4262071	-42.25166247	14.39898387	37.06943049
Rc	289.4262	257.7483	14.3990	37.0694
- RO	185.7135	185.7135	185.7135	185.7135
Lc	103.7127	172.0348	228.6855	251.3559
- Lv	103.7127	172.1409	228.6840	251.3552
ε"	0.0003	1080.6955	15.2679	7.2341
d(m)	0.000	10.561	0.197	0.064

CÁLCULO DAS DISTÂNCIAS

Distância e	CAROCHA	Distância e	CTT
Me-Ma=	-2908.65	Me-Mb=	303.80
Pe-Pa=	-2295.98	Pe-Pb=	3472.64
Da=	3705.645	Db=	3485.900

CALCULO DA COTA						
	CAROCHA	CTT	V.VERDE	ATOUCUA	CHAFARIZ	CARRASCAL
√ ou Z	100.3798	99.4119	100.2804	100.6288	100.5185	100.5157
cotgZ	-0.005965955	0.009238116	-0.004404542	-0.000977489	-0.008144759	-0.008100774
Dv	3705.645	3485.900	9241.790	3238.821	8198.752	5663.048
Desnível	22.108	-32.203	40.706	62.612	66.777	45.875
Cot. conheç.	230.36	284.11	217.38	199.48	188.87	207.53
S. algebrica	252.468	251.907	258.086	262.092	255.647	253.405
Cor. de N.A.	-0.926	-0.820	-5.762	-2.710	-4.534	-2.163
Cot. parciais	251.54	251.09	252.32	259.38	251.11	251.24

cota média do instrumento- 251.46 m
 altura do instrumento- 1.51 m
 cota do ponto- **249.95** m

TRANSPORTE DE COORDENADAS						
Da estação	1º GIRO					
A	0	0	0	0	0	0
Lf	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
+R0	185.7140	185.7140	185.7140	185.7140	185.7140	185.7140
Rf	185.7140	185.7140	185.7140	185.7140	185.7140	185.7140
D	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Z	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
senZ	0	0	0	0	0	0
(senZ)^2	0	0	0	0	0	0
d	3705.645	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
senRf	0.222525966	0.222525966	0.222525966	0.222525966	0.222525966	0.222525966
Mf-Me	824.6021357	0	0	0	0	0
Me	222357.34					222357.34
Mf	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
cosRf	-0.974926764	-0.974926764	-0.974926764	-0.974926764	-0.974926764	-0.974926764
Pf-Pe	-3612.732067	0	0	0	0	0
Pe	118127.59					118127.59
Pf	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
cotgZ	0	0	0	0	0	0
desn. dn	0	0	0	0	0	0
alt. do inst.+a	1.51	1.51	1.51	1.51	1.51	1.51
alt.visada-A	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
S. algébrica	1.51	1.51	1.51	1.51	1.51	1.51
c. da est. Ce	249.9513753	249.9513753	249.9513753	249.9513753	249.9513753	249.95138
c.do ponto Cf	0	251.4613753	251.4613753	251.4613753	251.4613753	251.46138

COMPENSAÇÃO PELO MÉTODO DOS COEFICIENTES DE DIRECÇÃO

UTILIZANDO AS DIRECÇÕES INTERNAS

VERTICE A CALCULAR: <u>1ºGIRO</u>	T.C.Nª _____
CAD. _____	PG. _____
M= <u>222 357.345</u> m	N' = <u>251.4614</u> m
P= <u>118 127.588</u> m	N'' = <u>249.9514</u> m

	VERTICES VISADOS	M	P	DIRECÇÕES OBSER.
1	CAROCHA	225 265.960	120 423.540	271.7462
2	CTT	222 053.510	114 654.920	19.8417
3	V.VERDE	213 242.700	116 599.610	103.7127
4	CARRASCAL	225 471.610	122 857.380	251.3552
5	CHAFARIZ	224 195.920	126 117.490	228.6840
6				
VERTICE A CALCULAR		m	p	
COORD. APROXIMADAS		222 357.307	118 127.556	

DISTÂNCIAS E RUMOS APROXIMADOS

M ₁ = 225 265.960	P ₁ = 120 423.540	TGR ₁ = 1.2668439
m= 222 357.307	p= 118 127.556	R ₁ = 57.4597
M ₁ -m= 2 908.653	P ₁ -p= 2 295.984	K ₁ = 3705.645
M ₂ = 222 053.510	P ₂ = 114 654.920	TGR ₂ = 0.0874831
m= 222 357.307	p= 118 127.556	R ₂ = 205.5552
M ₂ -m= -303.797	P ₂ -p= -3 472.636	K ₂ = 3485.900
M ₃ = 213 242.700	P ₃ = 116 599.610	TGR ₃ = 5.9652660
m= 222 357.307	p= 118 127.556	R ₃ = 289.4262
M ₃ -m= -9 114.607	P ₃ -p= -1 527.946	K ₃ = 9241.790
M ₄ = 225 471.610	P ₄ = 122 857.380	TGR ₄ = 0.6584395
m= 222 357.307	p= 118 127.556	R ₄ = 37.0694
M ₄ -m= 3 114.303	P ₄ -p= 4 729.824	K ₄ = 5663.048
M ₅ = 224 195.920	P ₅ = 126 117.490	TGR ₅ = 0.2301162
m= 222 357.307	p= 118 127.556	R ₅ = 14.3990
M ₅ -m= 1 838.613	P ₅ -p= 7 989.934	K ₅ = 8198.752
M ₆ = .000	P ₆ = .000	TGR ₆ = 0.0000000
m= 222 357.307	p= 118 127.556	R ₆ = 0.0000
M ₆ -m= .000	P ₆ -p= .000	K ₆ = 0.000

OS RUMOS ESTÃO EM g E OS K'S ESTÃO EM m

COEFICIENTES DE DIRECÇÃO E COEFICIENTES A E B

$$a = + \frac{63662 \times \sin R}{K} = + \frac{63662 \times \sin^2 R}{M - m}$$

$$b = - \frac{63662 \times \cos R}{K} = - \frac{63662 \times \cos^2 R}{M - m}$$

$$A = a - \frac{\sum a}{n}$$

$$B = b - \frac{\sum b}{n}$$

Nº DE QUE ENTRAM NO CÁLCULO= 5

	a	A	b	B
1	13.48480417	10.88020823	-10.6444083	-8.990709884
2	-1.591601098	-4.196197035	18.19323062	19.84692904
3	-6.793694801	-9.398290738	1.138875405	2.792573826
4	6.18216556	3.577569623	-9.389116525	-7.735418104
5	1.741305856	-0.863290082	-7.5670733	-5.913374879
6	0	0	0	0
Σa=	13.02297969		Σb=	-8.268492103
Σa/N=	2.604595937		Σb/N=	-1.653698421

CÁLCULO DOS TERMOS ABSOLUTOS

$$R_0 = \frac{\sum (R - l')}{n}$$

$$R - l' - R_0 = L$$

	R	l'	R-l'	L EM ''
1	57.4597	271.7462	185.7135	-4.500513969
2	205.5552	19.8417	185.7135	-4.500252822
3	289.4262	103.7127	185.7135	-4.500252824
4	37.0694	251.3552	185.7142	2.733611437
5	14.3990	228.6840	185.7150	10.76740818
6	0.0000	0.0000	0.0000	0
		Σ(R-l')=	928.5697856	
		R ₀ =	185.7139571	

FORMAÇÃO E RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES NORMAIS

[AA]	[BB]	[AB]	[AL]	[BL]
237.8591437	577.3366209	-229.9168802	12.6963914	-146.2380197

$$[AA]dp + [AB]dm + [AL] = 0$$

$$[AB]dp + [BB]dm + [BL] = 0$$

$$dm = \frac{[AA] \times [BL] - [AB] \times [AL]}{[AB]^2 - [AA] \times [BB]}$$

$$dp = \frac{[BB] \times [AL] - [AB] \times [BL]}{[AB]^2 - [AA] \times [BB]}$$

dm e dp vêm expressos em decímetros

$$\begin{aligned} m &= 222\ 357.307 \\ dm &= \underline{\underline{0.037726492}} \\ M &= 222\ 357.345 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p &= 118\ 127.556 \\ dp &= \underline{\underline{0.031129004}} \\ P &= 118\ 127.588 \end{aligned}$$

2ºGIRO

Folha de observações:

ESTAÇÃO: 2º GIRO							
I: 1.58		HORA:		Nº DO APARELHO:		PÁG: /	
COORD.	PONTO VISADO	AZ	MÉDIA	Z	MÉDIA	FIOS VISADOS	DH G
M= 226 150.510 P= 128 855.380 C= 171.310	FUSEIRA	DP 95.1282 IR 295.1286	95.1284	100.1645 299.2161 0.6194	100.4742	FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
M= 218 452.430 P= 123 120.810 C= 199.480		DP 30.7546 IR 230.7604		100.3243 299.2460 0.4297		FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
M= 224 195.920 P= 126 117.490 C= 174.700		DP 85.7371 IR 285.7300		100.1697 299.7400 0.0903		FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
M= 225 205.960 P= 120 423.540 C= 230.360	CAROCHA	DP 121.5106 IR 321.5098	121.5102	100.0222 299.3603 0.6175	100.3310	FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
M= 222 401.660 P= 118 076.430 C= 253.350		DP 39.4291 IR 239.4326		93.5253 305.8518 0.6229		FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
M= 222 346.700 P= 118 130.540 C= 255.720		DP 386.5421 IR 186.5483		99.3709 300.1978 0.4313		FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
	EPAC	DP 389.5068 IR 189.5132	389.5100	99.2681 300.2983 0.4336	99.5866 99.4849	FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
	SAÚDE						
	SAÚDE 1º						

Figura24 - Observações do 2º Giro

Estrela de pontaria:

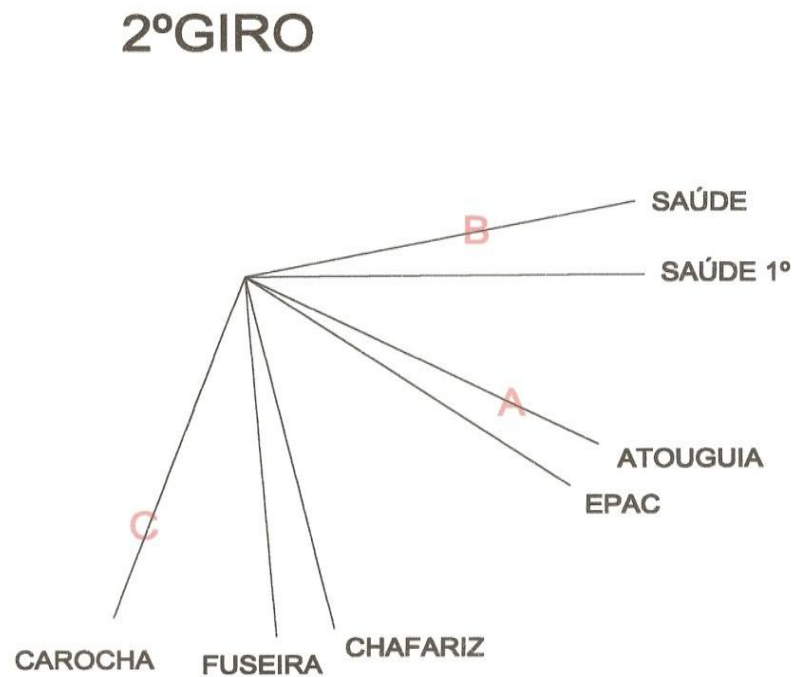


Figura25 – Estrela de pontaria do 2º Giro

Resultados obtidos pela Folha de Cálculo:

INTERSECÇÃO INVERSA

ESTAÇÃO: 2ºGIRO

A- ATOUGUIA

B- SAÚDE

C- CAROCHA

ORIENTAÇÃO

Lb=	386.5452	Lc=	121.5102	Ra=	351.7833023	Ra=	351.7833023
-La=	30.7575	-La=	30.7575	+α=	355.7877	+β=	490.7527
α=	355.7877	β=	90.7527	Rb=	307.5710	Rc=	42.5360

Mb=	222401.66	cotgα		Pb=	118076.43
Ma=	218452.43	-1.20061773		Pa=	123120.81
Mb-Ma=	3949.23			Pb-Pa=	-5044.38
Mc=	225265.96	cotgβ		Pc=	120423.54
Ma=	218452.43	0.14628655		Pa=	123120.81
Mc-Ma=	6813.53			Pc-Pa=	-2697.27
Pb=	118076.43			Mb=	222401.66
Pc=	120423.54			Mc=	225265.96
Pb-Pc=	-2347.11			Mb-Mc=	-2864.3
(b-Ma)*cotgα=	-4741.515571			(Pb-Pa)*cotgα=	6056.372082
(c-Ma)*cotgβ=	-996.727794			-(Pc-Pa)*cotgβ=	394.5743215
	-5738.2433653				6450.946404
-(Pb-Pc)=	2347.11			+(Mb-Mc)=	-2864.3
Numerador=	-3391.133365			Denominador=	3586.646404
tgRa=	-0.945488622			Ra=	351.7833023
(Ra)=	-48.21669767			-La=	30.7575
Ra=	351.7833			R0=	321.0258

Pa-Pb=	5044.38
tgRb=	-8.3689799
	42216.31483
Ma-Mb=	-3949.23
Numerador=	38267.08483
tgRb=	-8.3689799
-tgRa=	0.945488622
	-7.423491278
Pe-Pa=	-5154.86358
tgRa=	-0.945488622
Me-Ma=	4873.864863
Ma=	218452.43
Me=	223 326.295
Pe-Pa=	-5154.86358
Pa=	123120.81
Pe=	117965.946

VERIFICAÇÃO

	CAROCHA	CHAFARIZ	MOINHO 1º	FUSEIRA
Mv	225265.96	224195.92	222346.70	226150.51
Me	223326.29	223326.29	223326.29	223326.29
Mv-Me	1939.6651	89.6251	-379.5949	2824.2151
senRc				
Dv	3130.825	3197.799	393.326	11249.612
Pv	120423.54	126117.49	118130.54	128855.28
Pe	117965.95	117965.95	117965.95	117965.95
Pv-Pe	2457.59358	8151.54358	101.59358	10889.33358
cosRc				
Dv	3130.825	3197.799	393.326	11249.612
tgRc	0.789253827	0.10682266	-5.351598239	0.259356104
(Rc)	42.53600238	6.760013169	-89.40237009	16.15517145
Rc	42.5360	6.7660	310.5976	16.1552
- RO	321.0258	321.0258	321.0258	321.0258
Lc	121.5102	95.7402	399.5718	95.1294
- Lv	121.5102	95.7336	399.5100	95.1284
s"	0.0005	35.8084	618.2758	9.6912
d(m)	0.000	0.858	0.965	0.171

CÁLCULO DAS DISTÂNCIAS

Distância e	ATOUGUIA	Distância e	SAÚDE
Me-Ma=	4873.86	Me-Mb=	924.63
Pe-Pa=	-5154.86	Pe-Pb=	-110.48
Da=	7094.165	Db=	931.212

CALCULO DA COTA						
	ATOUGUIA	SAÚDE	CAROCHA	CHAFARIZ	MOINHO 1º	FUSEIRA
V ou Z	100.5392	99.5866	100.3310	100.2149	99.4849	100.4742
cotgZ	-0.000469937	0.006493763	-0.005199383	-0.0003275654	0.008091348	-0.007448854
Dv	7094.165	931.212	3130.825	3197.799	993.326	11249.612
Desnivel	60.087	-6.047	16.278	27.673	-8.037	83.797
Cot. conhec.	199.48	253.35	230.36	184.7	255.72	171.31
S. algebrica	259.567	247.303	246.638	242.373	247.683	255.107
Cor. de N.A.	3.395	-0.058	-0.661	-4.533	-0.067	-8.537
Cot. parciais	256.17	247.24	245.98	207.84	247.62	246.57

cota média do instrumento- 246.85 m
 altura do instrumento- 1.58 m
 cota do ponto- **245.27** m

TRANSPORTE DE COORDENADAS						
Da estação	2ºGIRO					
A	0	0	0	0	0	0
Lf	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
+R0	321.0260	321.0260	321.0260	321.0260	321.0260	321.0260
Rf	321.0260	321.0260	321.0260	321.0260	321.0260	321.0260
D	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Z	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
senZ	0	0	0	0	0	0
(senZ)^2	0	0	0	0	0	0
d	7094.165	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
senRf	-0.945952762	-0.945952762	-0.945952762	-0.945952762	-0.945952762	-0.945952762
Mf-Me	-6710.744989	0	0	0	0	0
Me	223326.23					223326.23
Mf	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
cosRf	0.324304443	0.324304443	0.324304443	0.324304443	0.324304443	0.324304443
Pf-Pe	2300.669233	0	0	0	0	0
Pe	117965.94					117965.94
Pf	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
cotgZ	0	0	0	0	0	0
desn. dn	0	0	0	0	0	0
alt. do inst.+a	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58
alt.visada-A	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
S. algébrica	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58
c. da est. Ce	245.2718405	245.2718405	245.2718405	245.2718405	245.2718405	245.27184
c.do ponto Cf	0	246.8518405	246.8518405	246.8518405	246.8518405	246.85184

COMPENSAÇÃO PELO MÉTODO DOS COEFICIENTES DE DIRECÇÃO

UTILIZANDO AS DIRECÇÕES INTERNAS

VERTICE A CALCULAR: <u>2ºGIRO</u>	T.C.Nª _____
CAD. _____	PG. _____
M= <u>223 326.228</u> m	N' = <u>246.8518</u> m
P= <u>117 965.940</u> m	N'' = <u>245.2718</u> m

	VERTICES VISADOS	M	P	DIRECÇÕES OBSER.
1	ATOUGUIA	218 452.430	123 120.810	30.7575
2	SAÚDE	222 401.660	118 076.430	386.5452
3	CAROCHA	225 265.960	120 423.540	121.5102
4				
5				
6	FUSEIRA	226 150.510	128 855.280	95.1284
VERTICE A CALCULAR		m	p	
COORD. APROXIMADAS		223 326.295	117 965.946	

DISTÂNCIAS E RUMOS APROXIMADOS

M ₁ = 218 452.430	P ₁ = 123 120.810	TGR ₁ = -0.9454886
m= 223 326.295	p= 117 965.946	R ₁ = 351.7833
M ₁ -m= -4 873.865	P ₁ -p= 5 154.864	K ₁ = 7094.165
M ₂ = 222 401.660	P ₂ = 118 076.430	TGR ₂ = -8.3689799
m= 223 326.295	p= 117 965.946	R ₂ = 307.5710
M ₂ -m= -924.635	P ₂ -p= 110.484	K ₂ = 931.212
M ₃ = 225 265.960	P ₃ = 120 423.540	TGR ₃ = 0.7892538
m= 223 326.295	p= 117 965.946	R ₃ = 42.5360
M ₃ -m= 1 939.665	P ₃ -p= 2 457.594	K ₃ = 3130.825
M ₄ = .000	P ₄ = .000	TGR ₄ = 0.0000000
m= 223 326.295	p= 117 965.946	R ₄ = 0.0000
M ₄ -m= -223 326.295	P ₄ -p= -117 965.946	K ₄ = 0.000
M ₅ = .000	P ₅ = .000	TGR ₅ = 0.0000000
m= 223 326.295	p= 117 965.946	R ₅ = 0.0000
M ₅ -m= -223 326.295	P ₅ -p= -117 965.946	K ₅ = 252568.008
M ₆ = 226 150.510	P ₆ = 128 855.280	TGR ₆ = 0.2593561
m= 223 326.295	p= 117 965.946	R ₆ = 16.1552
M ₆ -m= 2 824.215	P ₆ -p= 10 889.334	K ₆ = 11249.612

OS RUMOS ESTÃO EM g E OS K'S ESTÃO EM m

COEFICIENTES DE DIRECÇÃO E COEFICIENTES A E B

$$a = + \frac{63662 \times \sin R}{K} = + \frac{63662 \times \sin^2 R}{M - m}$$

$$b = - \frac{63662 \times \cos R}{K} = - \frac{63662 \times \cos^2 R}{M - m}$$

$$A = a - \frac{\sum a}{n}$$

$$B = b - \frac{\sum b}{n}$$

Nº DE QUE ENTRAM NO CÁLCULO= 4

	a	A	b	B
1	-6.165257058	8.841913969	-6.520709954	2.497063247
2	-67.88177399	-52.87460297	-8.11111692	0.906656281
3	12.5976451	27.60481613	-15.96146218	-6.943688977
4	0	0	0	0
5	0	0	0	0
6	1.420701842	16.42787287	-5.477803753	3.539969448
$\Sigma a =$	-60.02868411		$\Sigma b =$	-36.0710928
$\Sigma a/N =$	-15.00717103		$\Sigma b/N =$	-9.017773201

CÁLCULO DOS TERMOS ABSOLUTOS

$$R_0 = \frac{\sum (R - l')}{n}$$

$$R - l' - R_0 = L$$

	R	l'	R-l'	L EM ''
1	351.7833	30.7575	321.0258	-2.423052595
2	307.5710	386.5452	321.0258	-2.4225303
3	42.5360	121.5102	321.0258	-2.422530305
4	0.0000	0.0000	0.0000	0
5	0.0000	0.0000	0.0000	0
6	16.1552	95.1284	321.0268	7.268113202
		$\Sigma(R-l') =$	1284.104179	
		$R_0 =$	321.0260446	

FORMAÇÃO E RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES NORMAIS

[AA]	[BB]	[AB]	[AL]	[BL]
3905.803962	67.80355078	-159.3853619	159.1920413	34.30327776

$$[AA]dp + [AB]dm + [AL] = 0$$

$$[AB]dp + [BB]dm + [BL] = 0$$

$$dm = \frac{[AA] \times [BL] - [AB] \times [AL]}{[AB]^2 - [AA] \times [BB]}$$

$$dp = \frac{[BB] \times [AL] - [AB] \times [BL]}{[AB]^2 - [AA] \times [BB]}$$

dm e dp vêm expressos em decímetros

$$\begin{aligned} m &= 223\,326.295 \\ dm &= \underline{\underline{-0.066557642}} \\ M &= 223\,326.228 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p &= 117\,965.946 \\ dp &= \underline{\underline{-0.00679182}} \\ P &= 117\,965.940 \end{aligned}$$

3ºGIRO

Folha de observações:

ESTAÇÃO: 3ºGIRO

I: 1.58

HORA:

Nº DO APARELHO:

PÁG: /

COORD.	PONTO VISADO	AZ	MÉDIA
M= 221 988.510 P= 128 386.820 C= 172.870	GOLFO	DP 395.6288 IR 195.6279	395.6284
M= 222 053.510 P= 114 654.520 C= 284.110		DP 156.9848 IR 356.9878	
M= 218 452.430 P= 123 120.810 C= 199.480		DP 302.6780 IR 102.6786	
M= 218 758.750 P= 117 920.950 C= 223.200	CÂNTAROS	DP 190.0038 IR 390.0060	190.0049
M= 225 265.960 P= 120 423.540 C= 230.360		DP 96.9234 IR 296.9258	
M= 222 401.660 P= 118 076.430 C= 253.350		DP 140.9724 IR 340.9736	
M= 222 346.700 P= 118 130.540 C= 255.720	SAÚDE 1º	DP 141.2481 IR 341.2464	141.2473

Z	MÉDIA	FIOS VISADOS	DH G
100.2637 299.7399 -0.0036	100.2619	FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
99.3401 300.6637 -0.0038		FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
99.8935 300.1123 -0.0058	99.8906	FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
99.6575 300.3485 -0.0060		FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
99.6473 300.3551 -0.0024	99.6461	FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
98.7827 301.2211 -0.0038		FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
99.2879 300.7037 0.0084	99.2921	FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00
99.2587 300.7387 0.0026		FS FM FI	DH= 0.000 G= 0.00

Figura26 - Observações do 3º Giro

Estrela de pontaria:

3ºGIRO

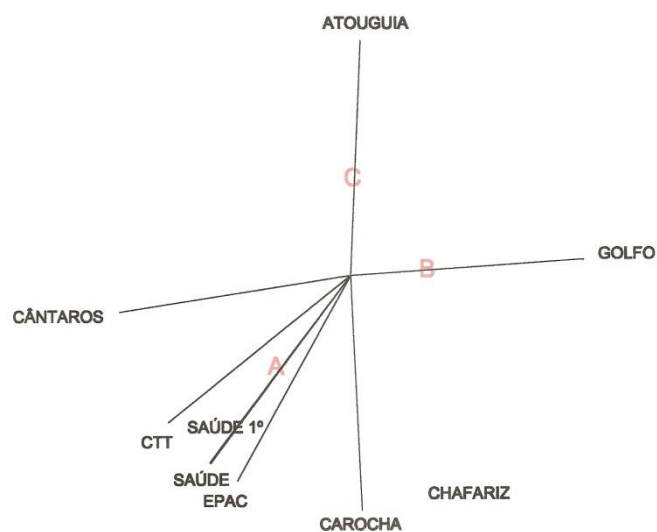


Figura27 – Estrela de pontaria do 3º Giro

Resultados obtidos pela Folha de Cálculo:

INTERSECÇÃO INVERSA

ESTAÇÃO: 0

A- Saúde

B- Golfo

C- Atouguia

ORIENTAÇÃO

Lb= 395,6284	Lc= 302,6783	Ra= 366,7833	Ra= 366,7833
-La= 140,9730	-La= 140,9730	+0= 254,6554	+0= 161,7053
α = 254,6554	β = 161,7053	Rb= 221,4387	Rc= 128,4886

Mb= 221,988,510	$\cot\alpha$	Pb= 128,386,820
Ma= 222,401,660	0,86348573	Pa= 118,076,430
Mb-Ma= -41,3,15		Pb-Pa= 10310,39
Mc= 218452,43	$\cot\beta$	Pc= 123,120,810
Ma= 222,401,660	-1,456902287	Pa= 118,076,430
Mc-Ma= -3949,23		Pc-Pa= 5044,38
Pb= 128386,82		Mb= 221988,51
Pc= 123120,810		Mc= 218452,43
Pb-Pc= 5266,01		Mb-Mc= 3536,08
(Mb-Ma)* $\cot\alpha$ = -356,7491287		(Pb-Pa)* $\cot\alpha$ = 8902,87462
-(Mc-Ma)* $\cot\beta$ = -5753,64222		-(Pc-Pa)* $\cot\beta$ = 7349,16876
-6110,3913486		16252,04338
-(Pb-Pc)= -5266,01		+(Mb-Mc)= 3536,08
Numerador= -11376,40135		Denominador= 19788,12338
tgRa= -0,574910573		Ra= 366,7832766
(Ra)= -33,21672335		-La= 140,973
Ra= 366,7833		R0= 25,8103

Pa-Pb= -10310,39
tgRb= 0,350093312
3609,598584
Ma-Mb= 413,15
Numerador= 4022,748584
tgRb= 0,350093312
tgRa= 0,574910573
0,925003885
Pe-Pa= 4348,899123
tgRa= -0,574910573
Me-Ma= -2500,228086
Ma= 222401,66
Me= 219 901,432
Pe-Pa= 4348,899123
Pa= 118076,43
Pe= 122 425,329

VERIFICAÇÃO

	Atouguia	Carocha	Moinho 1º	Cântaros
Mv	218452,43	225265,96	222346,70	218758,75
Me	219901,43	219901,43	219901,43	219901,43
Mv-Me	-1449,0019	5364,5281	2445,2681	-1142,6819
senRc				
Dv	1607,265	5725,847	4942,120	4647,059
Pv	123120,81	120423,54	118130,54	117920,95
Pe	122425,33	122425,33	122425,33	122425,33
Pv-Pe	695,48088	-2001,78912	-4294,78912	-4504,37912
cosRc				
Dv	1607,265	5725,847	4942,120	4647,059
tgRc	-2,083453278	-2,679866738	-0,569356962	0,253682446
(Rc)	-71,51142333	-77,26310587	-32,95036007	15,81627587
Rc	328,4886	122,7369	167,0496	215,8163
-RO	25,8103	25,8103	25,8103	25,8103
Lc	302,6783	96,9266	141,2394	190,0060
-Lv	302,6783	96,9246	141,2473	190,0049
ϵ''	0,0003	20,1748	79,3671	10,9923
d(m)	0,000	0,181	0,616	0,080

CALCULO DAS DISTANCIAS

Distância e	Saúde	Distância e	Golfo
Me-Ma=	-2500,23	Me-Mb=	-2087,08
Pe-Pa=	4348,90	Pe-Pb=	-5961,49
Da=	5 016,380	Db=	6 316,270

CALCULO DA COTA						
	Saúde	Gdfo	Atouguia	Carocha	Moinho 1*	Cântaros
V ou Z	99,2921	100,2634	99,8806	99,6461	99,2600	99,6545
cotgZ	0,011420125	-0,004137501	0,001875533	0,005559105	0,011624416	0,005427154
Dv	5016,380	6316,270	1607,265	5725,847	4942,120	4647,059
Desnível	55,783	26,134	-3,014	-31,831	-57,449	-25,220
Cot. conhec.	230,36	172,87	199,48	230,36	255,72	233,20
S. algébrica	174,577	199,004	196,466	198,529	198,271	197,980
Cor. de N.A.	-1,698	-2,691	-0,174	-2,212	-1,648	-1,457
Cot.parciais	172,88	196,31	196,29	196,32	196,62	196,52

cota média do instrumento- 196,41 m
 altura do instrumento- 1,58 m
 cota do ponto- **194,83** m

TRANSPORTE DE COORDENADAS						
Da estação	0					
A	0	0	0	0	0	0
Lf	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
+R0	25,8095	25,8095	25,8095	25,8095	25,8095	25,8095
Rf	25,8095	25,8095	25,8095	25,8095	25,8095	25,8095
D	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Z	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
senZ	0	0	0	0	0	0
(senZ) ²	0	0	0	0	0	0
d	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
senRf	0,394399473	0,394399473	0,394399473	0,394399473	0,394399473	0,394399473
Mf-Me	0	0	0	0	0	0
Me	219901,51	219901,51	219901,51	219901,51	219901,51	219901,51
Mf	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
cosRf	0,918939093	0,918939093	0,918939093	0,918939093	0,918939093	0,918939093
Pf-Pe	0	0	0	0	0	0
Pe	122425,32	122425,32	122425,32	122425,32	122425,32	122425,32
Pf	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
cotgZ	0	0	0	0	0	0
desn. dn	0	0	0	0	0	0
alt. do inst.+a	#NOME?	1,58	1,58	1,58	1,58	1,58
alt.visada-A	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
S. algébrica	#NOME?	1,58	1,58	1,58	1,58	1,58
c. da est. Ce	194,83	194,83	194,83	194,83	194,83	194,83
c.do ponto Cf	0	0	0	0	0	0

COMPENSAÇÃO PELO MÉTODO DOS COEFICIENTES DE DIRECÇÃO

UTILIZANDO AS DIRECÇÕES INTERNAS

VERTICE A CALCULAR: 3ºGIRO	T.C.Nª _____
CAD. _____	PG. _____
M= 219 901.514 m P= 122 425.317 m	N'= 196.4135 m N''= 194.8335 m

	VERTICES VISADOS	M	P	DIRECÇÕES OBSER.
1	SAÚDE	222 401.660	118 076.430	140.9730
2	GOLFO	221 988.510	128 386.820	395.6284
3	ATOUGUIA	218 452.430	123 120.810	302.6783
4	CAROCHA	225 265.960	120 423.540	96.9246
5	MOINHO 1º	222 346.700	118 130.540	141.2473
6	CÂNTAROS	218 758.750	117 920.950	190.0049
VERTICE A CALCULAR		m	p	
COORD. APROXIMADAS		219 901.432	122 425.329	

DISTÂNCIAS E RUMOS APROXIMADOS

M ₁ =	222 401.660	P ₁ =	118 076.430	TGR ₁ =	-0.5749106
m=	219 901.432	p=	122 425.329	R ₁ =	166.7833
M ₁ -m=	2 500.228	P ₁ -p=	-4 348.899	K ₁ =	5016.380
M ₂ =	221 988.510	P ₂ =	128 386.820	TGR ₂ =	0.3500933
m=	219 901.432	p=	122 425.329	R ₂ =	21.4387
M ₂ -m=	2 087.078	P ₂ -p=	5 961.491	K ₂ =	6316.270
M ₃ =	218 452.430	P ₃ =	123 120.810	TGR ₃ =	-2.0834533
m=	219 901.432	p=	122 425.329	R ₃ =	328.4886
M ₃ -m=	-1 449.002	P ₃ -p=	695.481	K ₃ =	1607.265
M ₄ =	225 265.960	P ₄ =	120 423.540	TGR ₄ =	-2.6798667
m=	219 901.432	p=	122 425.329	R ₄ =	122.7369
M ₄ -m=	5 364.528	P ₄ -p=	-2 001.789	K ₄ =	5725.847
M ₅ =	222 346.700	P ₅ =	118 130.540	TGR ₅ =	-0.5693570
m=	219 901.432	p=	122 425.329	R ₅ =	167.0496
M ₅ -m=	2 445.268	P ₅ -p=	-4 294.789	K ₅ =	4942.120
M ₆ =	218 758.750	P ₆ =	117 920.950	TGR ₆ =	0.2536824
m=	219 901.432	p=	122 425.329	R ₆ =	215.8163
M ₆ -m=	-1 142.682	P ₆ -p=	-4 504.379	K ₆ =	4647.059

OS RUMOS ESTÃO EM g E OS K'S ESTÃO EM m

COEFICIENTES DE DIRECÇÃO E COEFICIENTES A E B

$$a = + \frac{63662 \times \sin R}{K} = + \frac{63662 \times \sin^2 R}{M - m}$$

$$b = - \frac{63662 \times \cos R}{K} = - \frac{63662 \times \cos^2 R}{M - m}$$

$$A = a - \frac{\sum a}{n}$$

$$B = b - \frac{\sum b}{n}$$

Nº DE QUE ENTRAM NO CÁLCULO= 6

	a	A	b	B
1	6.325270827	8.430497576	11.00218213	8.883820392
2	3.330409103	5.435635852	-9.512918381	-11.63128012
3	-35.70872634	-33.60349959	-17.13920192	-19.25756366
4	10.41675279	12.52197954	3.887041343	1.768679602
5	6.373532335	8.478759084	11.19426435	9.075902613
6	-3.36859921	-1.263372461	13.27880291	11.16044117
Σa=	-12.63136049	Σb=	12.71017045	
Σa/N=	-2.105226749	Σb/N=	2.118361741	

CÁLCULO DOS TERMOS ABSOLUTOS

$$R_0 = \frac{\sum (R - l')}{n}$$

$$R - l' - R_0 = L$$

	R	l'	R-l'	L EM ''
1	166.7833	140.9730	25.8103	8.033250871
2	21.4387	395.6284	25.8103	8.03351202
3	328.4886	302.6783	25.8103	8.033512017
4	122.7369	96.9246	25.8123	28.20807377
5	167.0496	141.2473	25.8023	-71.33387596
6	215.8163	190.0049	25.8114	19.02552729
		Σ(R-l')=	154.8568399	
		R ₀ =	25.80947332	

FORMAÇÃO E RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES NORMAIS

[AA]	[BB]	[AB]	[AL]	[BL]
1460.100049	795.1183829	743.793123	-434.2007233	-561.9749284

$$[AA]dp + [AB]dm + [AL] = 0$$

$$[AB]dp + [BB]dm + [BL] = 0$$

$$dm = \frac{[AA] \times [BL] - [AB] \times [AL]}{[AB]^2 - [AA] \times [BB]}$$

$$dp = \frac{[BB] \times [AL] - [AB] \times [BL]}{[AB]^2 - [AA] \times [BB]}$$

dm e dp vêm expressos em decímetros

$$\begin{aligned} m &= 219\,901.432 \\ dm &= \frac{0.081876635}{219\,901.514} \\ M &= 219\,901.514 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p &= 122\,425.329 \\ dp &= \frac{-0.011971238}{122\,425.317} \\ P &= 122\,425.317 \end{aligned}$$

O resultado da directa vai ser mostrado e comparado com os resultados do programa no próximo capítulo.

Resultados obtidos pelo programa de topografia:

Os valores calculados pelo programa são idênticos aos calculados pelo impresso como é visível nas próximas imagens.

Resultados Inversa Pelo Método Clássico						
Imprimir Fechar-janela						
O modelo matemático usado é o algoritmo militar						
O cálculo foi efectuado em - 13-11-2011						
O programa para efectuar o controlo e efectuar os cálculos as leituras introduzidas não podem ter o valor zero						
Ponto	M (m)	P (m)	Cota (m)	Laz (gr)	Lz (gr)	Rumo (gr)
A - Saúde 1ª	222401,660	118076,430	230,36	140,9730	99,2921	366,7833
B - Golfo	221988,510	128386,820	172,87	395,6284	100,2634	221,4387
C - Atouguia	218452,430	123120,81	199,48	302,6783	99,8806	128,4886
Carocha	225265,960	120423,540	230,36	96,9246	99,6461	122,7369
Moinho 1ª	222346,700	118130,540	255,72	141,2473	99,2600	167,0496
Cântaros	218758,750	117920,950	223,20	190,0049	99,6545	215,8163
Ponto calculado pela II - foram calculados os seguintes pares de coordenadas (M1, P1) e as (M2, P2) pelo coef. das direcções :						
Método	Ponto	M	P	Cota	R0 (gr)	
Clássico - 1	3º Giro	219901,432	122425,329	194,83	25,8103	
Cir. direcções - 2		219901,514	122425,317	194,83	25,8095	
Os erros planimétricos acima 1 m não entram no calculo do EMQ						
EMQ coord.1	EMQ cota	EMQ coord.2	EMQ cota			
0,647	0,13	0,617	0,13			
Resíduos	A	B	C	V1	V2	V3
planimetria 1	0,000	0,000	0,000	0,181	0,616	0,080
planimetria 2	0,065	0,081	0,025	0,199	0,551	0,163
cota	19,611	3,821	3,800	3,827	4,132	4,032

Figura28 - Resultados do 3º Giro no programa c/ todas as obs.

Na próxima figura é apresentada a lista de coordenadas para importar para um CAD. No Civil 3d temos de substituir a vírgula por ponto e o ponto e vírgula por vírgula.

```
1; 222401,660; 118076,430; 230,36; A - Saúde 1º
2; 221988,510; 128386,820; 172,870; B - Golfo
3; 218452,430; 123120,810; 199,48; C - Atouguia
4; 225265,960; 120423,540; 230,36; V1 - Carocha
5; 222346,700; 118130,540; 255,720; V2 - Moinho 1º
6; 218758,750; 117920,950; 223,20; V3 - Cântaros
```

Figura29 – Lista de coordenadas do 3º Giro

1.3 - Intersecção Directa

Este processo é utilizado quando do ponto a coordenar não se podem observar pontos conhecidos, em número suficiente ou em posição adequada para a observação de uma intersecção inversa. Não se pode, ou não se quer, por qualquer motivo estacionar nesse ponto. Normalmente é aplicado quando o ponto a coordenar não é estacionável.

Consistem em calcular as coordenadas de um ponto a partir da intersecção de duas ou mais direcções, ou rumos, observados de dois pontos conhecidos **A** e **B**, para o ponto a coordenar. Na verdade, além das duas direcções principais, deve haver pelo menos mais uma direcção para os pontos a coordenar, a qual servira como verificação.

Repare-se que o ponto conhecido tanto pode ser um ponto já coordenado anteriormente, vértice geodésico, TC (triangulação cadastral) etc., ou ainda, como muitas vezes sucede, um ponto cujas coordenadas foram calculadas (inversa, excêntrica, etc.) tendo em vista a observação da intersecção directa.

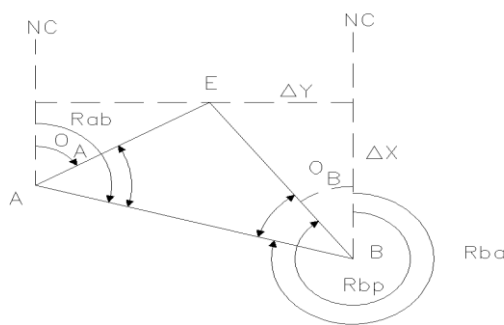


Figura 30 - Esquema da intersecção directa

Note-se que quanto maior for a distância dos pontos **A** e **B** ao ponto **E**:

- Maior é o erro nas observações angulares, dentro dos limites da visibilidade;
- Maior é o erro transmitido á coordenadas de **E**, por causa de um erro na determinação dos rumos **A** e de **B** para **E**.

Dentro destas possibilidades, por isso devemos evitar grandes distâncias.

Por outro lado, os erros ε_1 e ε_2 na determinação dos rumos para a estação **E** vão resultar no desvio linear **Ec**.

Na prática as direcções da intersecção directa não devem fazer um ângulo, no ponto visado, inferior a 40 gon nem superior a 160 gon (Sousa Cruz, Redweik, 2003).

Como R_{BE} e R_{EB} são rumos inversos, isto é, diferem de um ângulo raso (200 gon), as suas tangentes são iguais e podemos simplificar a escrita, fazendo:

$$\tan R_{BE} = \tan R_{EB} = \tan R_B \quad (1.3.8)$$

e

$$\tan R_{AE} = \tan R_{EA} = \tan R_A \quad (1.3.9)$$

Substituindo na expressão (1.3.7):

$$\Delta P = P_E - P_A = \frac{[(M_A - M_B) - \tan R_B (P_A - P_B)]}{(\tan R_B - \tan R_A)} \quad (1.3.10)$$

O valor que podemos calcular e que, somando a P_A dá P_E dá a distância da perpendicular do ponto E.

Da primeira equação

$$\rightarrow M_E - M_A = (P_E - P_A) \tan R_A = \Delta M \quad (1.3.11)$$

Permite-nos calcular $M_E - M_A$ e por soma com M_A o valor M_p da distância à meridiana do ponto E.

A verificação consiste em determinar, a partir das coordenadas M_E e P_E e M_V e P_V (sendo $V=1,2,3...$ conforme estamos a verificar com o rumo do ponto 1, 2, 3.... para o ponto) desde a estação e de cada ponto V de verificação o rumo R_{VE} que se devia observar do sinal V para o ponto:

$$\frac{\tan R_{VE} = (M_E - M_V)}{(P_E - P_V)} \quad (1.3.12)$$

$$\sin R_{VE} = \frac{M_E - M_V}{DIST_{VE}} \quad (1.3.13)$$

, o sinal do $\sin R_{VE}$ = ao sinal $(M_E - M_V)$

$$\cos R_{VE} = \frac{(P_E - P_V)}{DIST_{VE}} \quad (1.3.14)$$

Logo: o sinal do $\cos R_{VE}$ = ao sinal $(P_E - P_V)$

Calculamos pois, o rumo R_E , (R_{VE}) – ângulo do 1º ou do 4º quadrante, dado pela máquina de calcular corresponde ao valor da $\tan R_{VE}$. Vemos qual o quadrante do rumo, R_{VE} , através do sinal das diferenças, $(M_E - M_V)$ e $(P_E - P_V)$, que indicam os respectivos sinais do seno e do co-seno do rumo, indicando o quadrante onde se encontra o R_{VE} e cuja tangente é igual à de (R_{VE}).

O rumo calculado difere do rumo realmente observado para o ponto, dum erro ε , corresponde não só a um erro, linear d_1 , no cálculo das coordenadas da estação, mas também ao próprio erro de observação.

Vemos pois em seguida, qual o desvio linear, d , corresponde ao erro angular ε'' , e se esse desvio satisfaz a precisão requerido para o trabalho:

$$\varepsilon'' = (lc - lv) * 10\,000 \quad (1.3.15)$$

onde:

lc – leitura calculada

lv – leitura da visada

Para transformar o ε'' em distância (em metros) aplicamos a seguinte formula:

$$d = \varepsilon'' * D_{VE} * \sin 0,0001 \text{ gon} \quad (1.3.16)$$

ou,

$$d = dist.VE * \varepsilon'' * 157 \times 10^{-8} \quad (1.3.17)$$

onde :

VE - distância horizontal entre V e E

157×10^{-8} – seno de 0,0001 gon

(Sousa Cruz & Redweik, 2003)

1.3.2.2 – Altimetria

De cada ponto são feitas leituras azimutais e também observações zenitais para os topos dos sinais. Após a resolução da planimetria é possível obter, por cálculo, as distâncias entre os pontos estacionados e o ponto visado:

Na próxima figura já conhecemos:

AC – distância horizontal;

BE – altura da bandeira;

Z , V ou N , conforme o instrumento mesa ângulos zenitais, inclinações ou ângulos nadirais;

Ci – cota do instrumento.

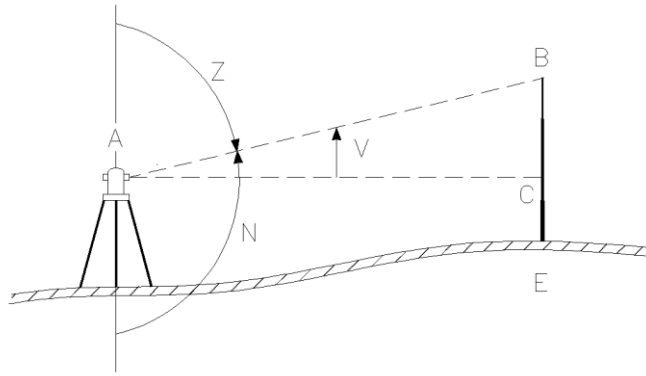


Figura 32 - Leituras zenitais

Considerando a Terra plana, a cota da horizontal AC é igual á cota C_i do instrumento. A cota do sinal vira então:

$$C_B = C_i + dn_{BC} \quad (1.3.18)$$

onde:

dn_{BC} — desnível entre o instrumento e o ponto visado na bandeira

Do triângulo ABC vem:

$$BC = dn = dist AC * \tan V = dist AC * \cot Z = -dist AC * \cot N \quad (1.3.19)$$

porque, BC é positivo, na figura e $\cot N$ é negativa

então:

$$C_B = C_i + dn \quad (1.3.20)$$

O valor CE deve ser corrigido de valores dados em tabelas, uma vez que a Terra não é plana e uma vez que a visada AB é curvilínea, devido à refração, ou utilizando a fórmula da correcção de nível aparente.

Os valores obtidos para a cota do ponto, já corrigidos, devem diferir de menos de 0,50 m, para ter a precisão de 1ª ordem topográfica, na sua média dá-nos valor mais provável da cota do ponto.

Se um dos valores diferir mais de 0.50 m dos outros, ele não deve ser considerado para a média. Esta tolerância varia com a precisão do trabalho. Finalmente a cota da estação E é igual à cota da bandeira, menos a altura a mesma (Sousa Cruz & Redweik, 2003).

1.3.3 – Cálculo da directa no programa

Na janela dos **métodos topográficos**, escolhendo a opção de **intersecção directa** aparece a seguinte janela da introdução dos dados para o cálculo da intersecção.

Figura 33 - Introdução dos dados da I. directa

Nesta janela podemos abrir ficheiros com os dados para o cálculo, gravar um ficheiro com os dados e outro com os resultados, e também, pode-se sair desta opção para voltar á janela da topografia. Carregando em “Calcular” aparece a seguinte janela onde são apresentados os resultados do cálculo.

As coordenada e distâncias estão em metros e os rumos em graus O cálculo foi efectuado em - 21/08/2009
 O programa para efectuar o controlo e efectuar os cálculos as leituras introduzidas não podem ter o valor zero
 O segundo par de coordenadas (Mp2 e Pe2) é calculadas pelo o método dos coeficientes de direcção

Pontos utilizados para a resolução da directa:

Ponto A - 2 giro

MA = 223326.23 PA = 117965.94 CA = 246.85 Iaz = 39.4309 Iz = 93.8368 RQA = 321.026
 RA = 360.4569

Ponto B - 1 giro

MB = 222357.35 PB = 118127.59 CB = 251.46 Iaz = 290.5068 Izb = 96.0268 ROB = 185.714
 RB = 76.2208

Ponto de verificação - 3 giro

MV = 219901.51 PV = 122425.32 CV = 196.41 IazV = 132.277 IzV = 98.7808 ROV = 25.81
 RV = 158.087

Para este ponto estar bem calculado o edc B= 0 (edc B = 0)
 O erro no ponto de verificação - edc = 0.09

Ponto calculado - Epac

2º par de coordenadas pelos mmq (M2, P2 e R02)

Mp1 = 223023.665 Pp1 = 118388.733 Mp2 = 223023.666 Pp2 = 118388.734

Cálculo da cota do ponto: alt - altura do sinal - 12

Cp A = 297.36 Cp B = 296.22 Cp V = 295.91

Fazer a media das cotas, para calcular a cota do ponto da directa e retirar a altura do sinal

Figura 34 - Janela com os resultados do cálculo

1.3.4 – Análise dos Resultados

Continuando as contas iniciadas no capítulo anterior, vamos finalizar o trabalho executando o cálculo da intersecção directa.

Resultados obtidos pela Folha de Cálculo:

INTER SECÇÃO DIRECTA			
ESTAÇÃO: Epac			
A- 2 giro		B- 1 giro	C- 3 giro
ORIENTAÇÃO			
Lb=	Lo=	Ra=	Ra=
-La=	-La=	+α=	+β=
α=	β=	Rb=	Rc=
Mb= 222.357,35	cotgα=	Pb= 118.127,59	Pa-Pb= -151,648
Ma= 223.326,23		Pa= 117.965,94	tgRb= 2,5515314567
Mb-Ma= -968,88		Pb-Pa= 161,65	-(Pa-Pb)*tgRb= 412,449957
Mo=	cotgβ=	Pc=	Ma-Mb= 968,878
Ma=		Pa=	Numerador= 1361,327957
Mo-Ma=		Pc-Pa=	tgRb= 2,551531457
Pb=		Mb=	-tgRa= 0,71563379
Pc=		Mo=	Denominator= 3,267165246
Pb-Pc=		Mb-Mc=	Pe-Pa= 422,7909679
(Ma)*cotgα=		(Pb-Pa)*cotgα=	tgRa= -0,71563379
-(Ma)*cotgβ=		-(Pc-Pa)*cotgβ=	Me-Ma -302,5635027
-(Pb-Pc)=		+(Mb-Mc)=	Ma= 223326,228
Numerador=		Denominator=	Me= 223 023,664
tgRa=		Ra=	Pe-Pa= 422,7909679
(Ra)=		-La=	Pa= 117965,94
Ra=		Ro=	Pe= 118 388,731

Feito por: Luís Ferreira

VERIFICAÇÃO			
	1 giro	3 giro	
Me	223023,66	223023,66	
Mv	222357,35	219901,51	
Me-Mb	666,3145	312,1545	
senRc			
Dv	715,661	5103,126	
Pe	118388,73	118388,73	
Pv	118127,59	122425,32	
Pe-Pv	261,1430	-4036,5890	
cosRc			
Dv	715,661	5103,126	
tgRc	2,551531457	-0,773463554	
(Rc)	76,2208	-41,91182769	
Rc	76,2208	158,0882	
-Rob	76,2208	158,0872	
-			
-			
ε"	0,0000	10,0231	
d(m)	0,00	0,08	

CÁLCULO DAS DISTÂNCIAS

Distância e 2 giro		Distância e 1 giro	
Me-Ma=	-302,56	Me-Mb=	666,31
Pe-Pa=	422,79	Pe-Pb=	261,14
Da=	519,901	Db=	715,661

CÁLCULO DA COTA			
	2 giro	1 giro	3 giro
W ou Z	93,8368	96,0268	96,7808
cotgZ	0,09711491	0,062492038	0,01915349
Dv	519,901	715,661	5103,126
Desnível	50,490	44,723	97,743
Cot. do Inst.	246,8518	251,4613	196,41
S. algebrica	297,342	296,184	294,153
Cor. de N. A.	0,018	0,035	1,757
Cot. parciais	297,36	296,22	295,91

cota média do instrumento- 296,50 m
 altura do instrumento- 0 m
 cota do ponto- **296,50** m

Resultados obtidos pelo programa de topografia:

Os resultados do programa comparados com os da folha de cálculo têm diferenças milimétricas nas coordenadas, como se pode verificar:

Resultados da intersecção directa

Imprimir Fechar-janela

O modelo matemático usado nos cálculos é o militar

O cálculo foi efectuado em - 10-11-2011

O programa para efectuar o controlo e efectuar os cálculos as leituras introduzidas não podem ter o valor zero

Ponto	M	P	Cota	Laz (gr)	Lz (gr)	R0 (gr)	R (gr)
2 giro	223326,228	117965,940	246,85	39,4309	93,8360	321,0250	360,4559
1 giro	222357,350	118127,588	251,46	290,5068	96,0268	185,7140	76,2208

Ponto de verificação:

Ponto	M	P	Cota	Laz (gr)	Lz (gr)	R0 (gr)	R (gr)
3 giro	219901,660	122425,320	196,41	132,2770	98,7908	25,8100	158,0870

Para este ponto estar bem calculado o edc B= 0 (edc B = 0,00)

O EMQ no ponto de verificação - edc = 0,221

Ponto calculado -

2º par de coord. pela Comp. Coeficientes de direcção (M2, P2 e R02)

P. cal.	M1	P1	M2	P2
Epac	223023,657	118388,728	223023,659	118388,729
Cota		296,50		296,50
Sigma coord.		0,221		0,221
Sigma cota		0,63		0,63

Altura do sinal (m) - 0,00

Figura 35 - Janela com os resultados do programa

Tabela 2 – Diferenças entre as coordenadas calculadas pelo método da directa

	M (m)	P (m)
Coord. Impresso	223 023,664	118 388,731
Coord. Programa	223 023,657	118 388,728
Diferença (abs)	0,007	0,003

Esta diferença milimétrica nas coordenadas base vai alterar o valor das coordenadas calculadas pelo coeficiente das direcções.

Com o exemplo retirado do Livro “Manual do engenheiro Topógrafo” de Sousa Cruz, Redweik, 2003, os resultados obtidos pelo programa são iguais aos indicados neste livro, como vai ser demonstrado a seguir.

Folha de observações:

		R0	L	RN	M	P	COTA inst.	Z
A	Arripiado	120,1279	326,2802	46,4081	177 882,42	275 840,50	142,100	100,8832
B	Base Aérea	367,8507	161,9291	129,7798	178 258,64	278 195,50	76,930	98,4335
C	Pontal	113,0618	158,0707	271,1325	182 331,11	278 998,62	81,680	99,4617

Resultados obtidos pela Folha de Cálculo:

INTER SECÇÃO DIRECTA

ESTAÇÃO: **Epac**

A- Ampiado

B- Base Aérea

C- Pontal

ORIENTAÇÃO

Lb=	Lc=	Ra=	45,4081	Ra=
-La=	-La=	+α=		+β=
α=	β=	Rb=	129,7798	Rc=
Mb= 178.258,64	cotgα	Pb= 278.195,50		Pa-Pb= -2.355,00
Ma= 177.882,42		Pa= 275.840,50		tgRb= -1,979507273
Mb-Ma= 376,22		Pb-Pa= 2.355,00		-(Pa-Pb)*tgRb= -468,174
Mc=	cotgβ	Pc=		Ma-Mb= -376,22
Ma=		Pa=		Numerador= -503,7,96
Mc-Ma=		Pc-Pa=		tgRb= -1,979507273
Pb=		Mb=		-tgRa= -0,893076431
Pc=		Mc=		Denominator= -2,872583704
Pb-Pc=		Mb-Mc=		Pe-Pa= 1753,807773
(Ma)*cotgα=		(Pb-Pa)*cotgα=		tgRa= 0,893076431
(Ma)*cotgβ=		-(Pc-Pa)*cotgβ=		Me-Ma 1586,284388
				Ma= 177882,42
-(Pb-Pc)=		+(Mb-Mc)=		Me= 179 448,704
Numerador=		Denominator=		Pe-Pa= 1753,807773
tgRa=		Ra=		Pa= 275.840,5
(Ra)=		-La=		Pe= 277 594,308
Ra=		R0=		

VERIFICAÇÃO

	Base Aérea	Pontal		
Me	179448,70	179 448,70		
Mv	178258,64	182 331,11		
Me-Mb	1190,0644	-238 2,4056		
senRc				
Dv	1333,299	3206,299		
Pe	277594,31	277 594,31		
Pv	278195,50	278 998,62		
Pe-Pv	-601,1922	-140 4,3122		
cosRc				
Dv	1333,299	3206,299		
tgRc	-1,979507273	2,052538999		
(Rc)	-70,22019997	71,13843168		
Rc	129,7798	271,1384		
-Rob	129,7798	271,1325		
-				
-				
z"	0,0003	59,3168		
d(m)	0,00	0,30		

CÁLCULO DAS DISTÂNCIAS

Distância e	Ampiado	Distância e	Base Aérea
Me-Ma=	1586,28	Me-Mb=	1190,06
Pe-Pa=	1753,81	Pe-Pb=	-601,19
Da=	2351,401	Db=	1333,299

CÁLCULO DA COTA

	Ampiado	Base Aérea	Pontal		
W ou Z	100,8832	98,4335	99,4617		
cotgZ	-0,013874163	0,024611492	0,008455798		
Dv	2351,401	1333,299	3206,299		
Desnível	-32,624	32,814	27,112		
Cot. do Inst.	142,1	76,93	81,68		
S. algebrica	109,476	109,744	108,792		
Cor. de N.A.	0,373	0,120	0,693		
Cot.parciais	109,85	109,86	109,49		

cota média do instrumento- 109,73 m
 altura do instrumento- 40,33 m
 cota do ponto- **69,40** m

Resultados obtidos pelo programa de topografia:

Os valores calculados pelo programa são idênticos aos calculados pelo impresso como é visível nas próximas imagens.

Resultados da intersecção directa

Imprimir Fechar-janela

O modelo matemático usado nos cálculos é o militar

O cálculo foi efectuado em - 11-11-2011

O programa para efectuar o controlo e efectuar os cálculos as leituras introduzidas não podem ter o valor zero

Ponto	M	P	Cota	Laz (gr)	Lz (gr)	R0 (gr)	R (gr)
Arripiado	177882,420	275840,500	142,10	326,2802	100,8832	120,1279	46,4081
Base Aérea	178258,640	278195,500	76,93	161,9291	98,4335	367,8507	129,7798

Ponto de verificação :

Ponto	M	P	Cota	Laz (gr)	Lz (gr)	R0 (gr)	R (gr)
Pontal	182331,110	278998,620	81,68	158,0707	99,4617	113,0618	271,1325

Para este ponto estar bem calculado o edc B = 0 (edc B = 0,00)

O EMQ no ponto de verificação - edc = 0,299

Ponto calculado -

2º par de coord. pela Comp. Coeficientes de direcção (M2, P2 e R02)

P. cal.	M1	P1	M2	P2
Antena	179448,704	277594,308	168972,887	282221,926
Cota		69,40		69,40
Sigma coord.		0,299		0,299
Sigma cota		0,18		0,18

Altura do sinal (m) - 40,33

Figura 36 - Janela com os resultados do programa c/ os valores do livro

Na próxima figura é apresentada a lista de coordenadas para importar para um CAD. No Civil 3d temos de substituir a vírgula por ponto e o ponto e vírgula por vírgula.

1;177882,420;275840,500;142,10;A - Arripiado
2;178258,640;278195,500;76,930;B - Base Aérea
3;182331,110;278998,620;81,68;v1 - Pontal
4;168972,887;282221,926; ID - Antena

Figura 37 – Lista de coordenadas da I. directa

1.4 - Poligonal

As poligonais são figuras geométricas de apoio à coordenação topográfica, são fáceis de materializar e de observar. Mas são figuras fracas ou com pouco consistentes tendo em vista uma boa precisão na coordenação, especialmente quando são de grande extensão. Isso deve-se ao fraco apoio e ao fraco constrangimento geométrico, apenas dois pontos fixos nas extremidades.

Quando os pontos de apoio não estão distribuídos pela região a levantar será necessário densificar a malha desses pontos, ou seja, coordenar novos pontos de apoio, recorrendo ao apoio de pontos com coordenadas conhecidas. Em cada estação são medidos ângulos e distancias para a estação anterior e para a seguinte, de forma a ser possível calcular as posições relativas dos pontos que constituem a poligonal.

As poligonais são formadas por um número finito de lados (vértices), interligando dois ou mais pontos previamente coordenados, chamados pontos de apoio, nos quais também é conhecido uma orientação, normalmente rumos.

Em alguns tipos de levantamentos, em que é necessário fazer o levantamento de uma faixa de terreno comprida e estreita, como por exemplo, no caso de traçado de estradas, caminhos-de-ferro, redes de saneamento, linhas de alta tensão, etc., usualmente são utilizadas poligonais (Antunes, 1995).

1.4.1 – Configuração geométrica

De seguida vão ser apresentadas várias designações das poligonais que são usadas. Estas designações não têm a ver com a configuração geométrica mas sim com a sua configuração matemática impostas nos pontos de apoio da poligonal:

1. Aberta ou livres

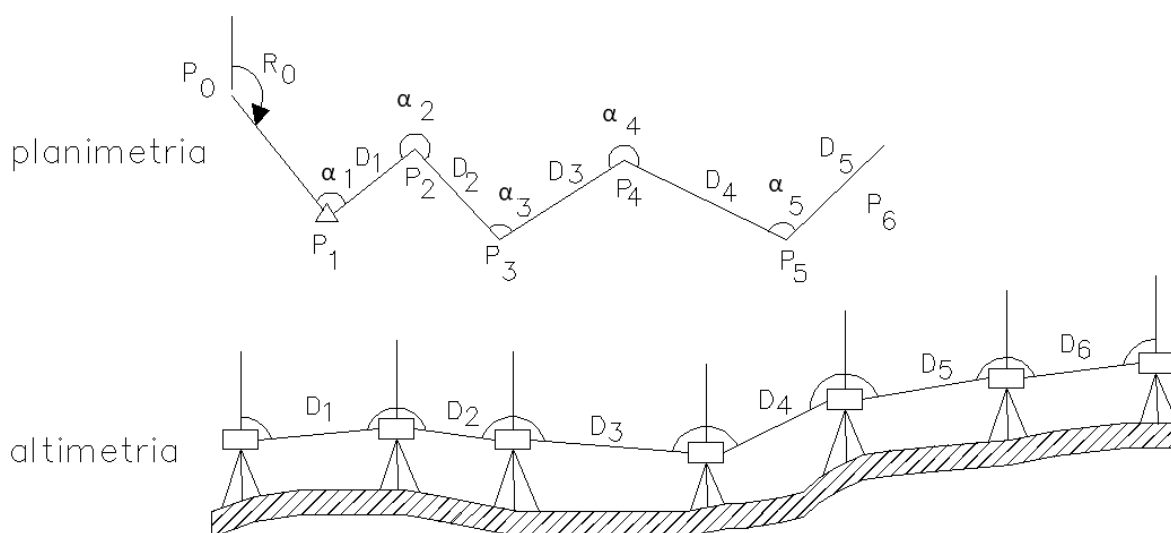


Figura 38 - Poligonal Aberta ou livre

Poligonal aberta é uma poligonal começa num ponto de coordenada conhecidas e acaba num ponto de coordenadas desconhecidas (não podendo ser compensada dos erros existentes durante a irradiação).

2. Fechada, fechada em anel, de rabo na boca, com orientação interna ou externa.

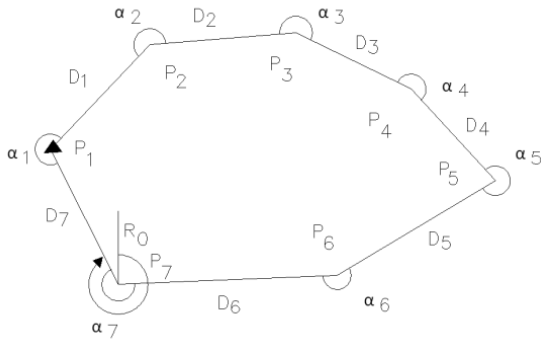


Figura 39 - Poligonal fechada c/ ori. Interna

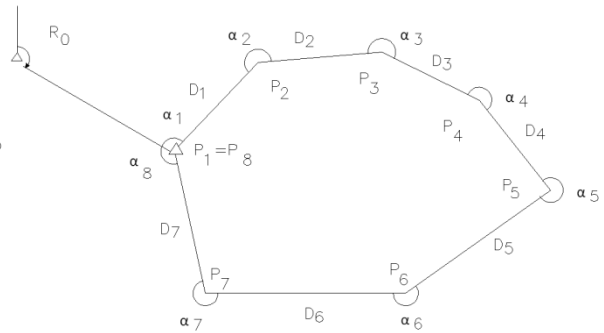


Figura 40 - Poligonal fechada c/ ori. externa

Poligonal fechada apoiam-se num único ponto (ponto final coincide com o inicial), podendo a orientação ser da mesma ser externa ou interna.

3. Amarrada, ou enquadrada

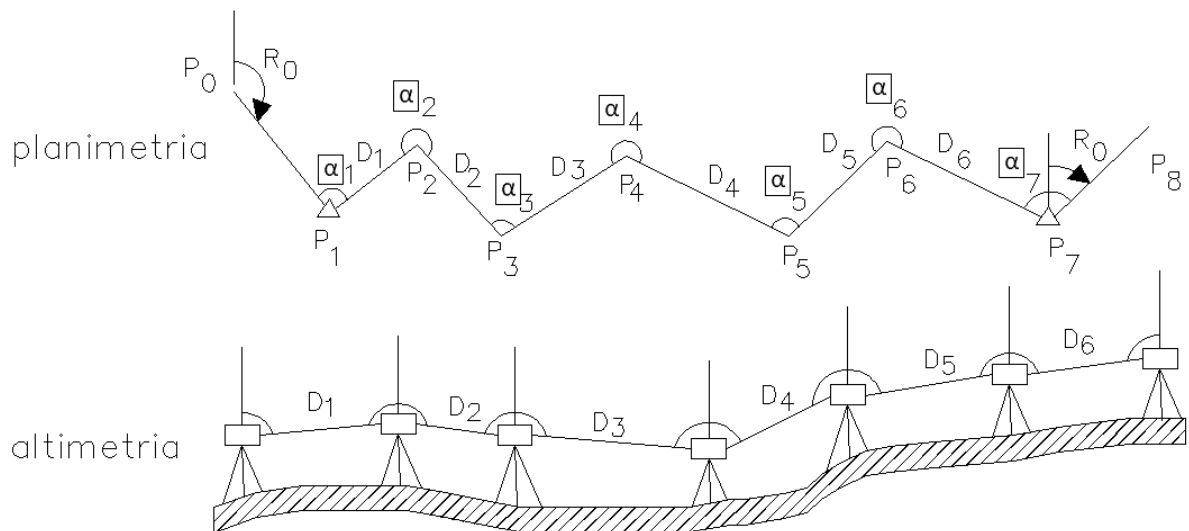


Figura 41 - Poligonal amarrada

Poligonal amarrada é uma poligonal que começa num ponto de coordenadas conhecidas e acaba noutro ponto de coordenadas conhecidas.

4. Com pontos nodais

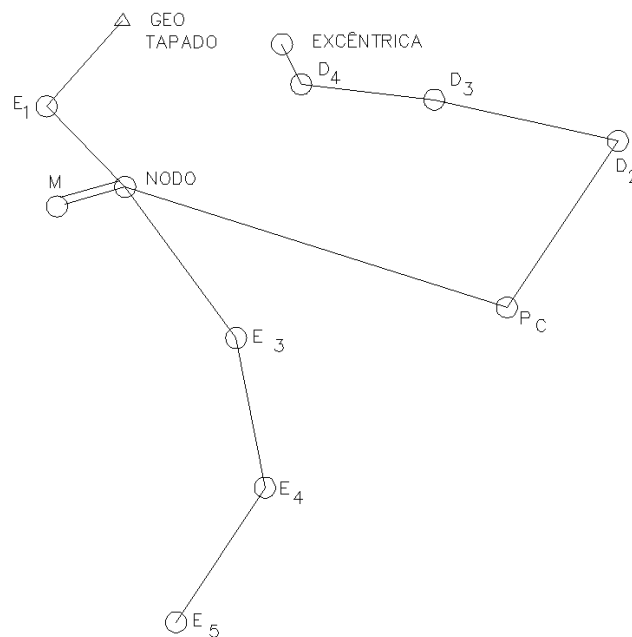


Figura 42 - Poligonal com ponto nodal

Poligonal com pontos nodais é quando um determinado número de poligonais se intersectam num ponto comum, chamado nodo.

(Sousa Cruz, 1998; Antunes, 1995)

1.4.2 – Normas para a materialização de uma poligonal

A materialização de uma poligonal deve ser feita após um prévio reconhecimento da zona, dependendo se no seu traçado se o terreno é acidentado e do facto de se tratar, ou não, de uma zona densamente arborizada. Não havendo por isso muitas normas para no traçado das poligonais, no entanto, para se ter melhor precisão nos resultados, convém a configuração dos vértices do traçado tenham as seguintes características:

- 1 As poligonais não devem ser fechadas sobre si mesmas, deve ser o mais “esticadas” possível, isto é, o seu traçado em planta deve aproximar-se a uma recta que une os seus extremos;
- 2 Não são aconselhados desníveis acentuados entre vértices consecutivos de uma poligonal;
- 3 Os comprimentos dos lanços ou lados de uma poligonal devem ser, o mais igual possível, isto é, os lanços devem ter o mesmo comprimento, evitando-se a existência de lados de comprimentos diferentes;
- 4 O comprimento dos lados deve ser tão grande quanto possível, a fim de diminuir o número de vértices e, conseqüentemente atenuar a influência dos erros cometidos nas observações. O valor deste comprimento é evidentemente limitado, não só pelo relevo do terreno, como pelas características dos instrumentos utilizados (Cidália, 2005).

1.4.3 – Cálculo e ajustamento

Vão ser explicados dois processos do cálculo da poligonal o clássico e o militar (o processo que foi programado). Vai ser também explicado o cálculo de uma poligonal com pontos nodais.

1.4.3.1 – Cálculo do ajustamento dos rumos pelo método clássico

Para começar a ligação à rede geodésica, deve-se iniciar a poligonal numa estação com coordenadas e orienta-se para outro de coordenadas conhecidas, por exemplo, vértices da própria rede geodésica, ou qualquer outra rede topográfica.

Com as coordenadas dos dois pontos extremos da poligonal (ponto de orientação e apoio) é possível calcular o rumo inicial R_i através desta equação:

$$R_i = R_{AI} = \tan^{-1} \frac{M_1 - M_A}{P_1 - P_A} \quad (1.4.1)$$

A próxima figura é apresentada esta situação

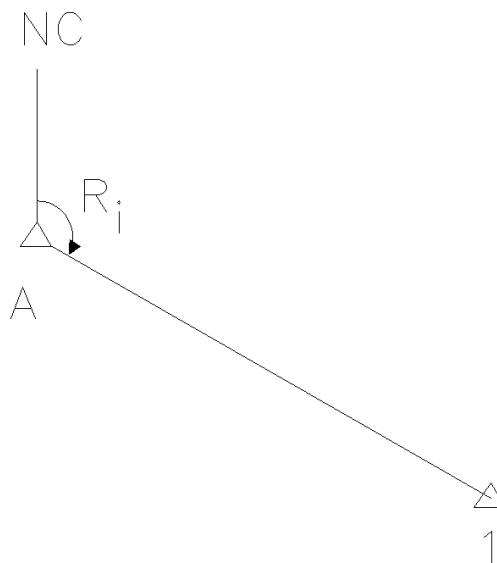


Figura 43 - Representação do rumo inicial

De seguida, estaciona-se na estação 1 e visam-se os pontos A (anterior) e estação 2 (2º vértice da poligonal) e pela diferença das leituras azimutais, obtém-se o ângulo α_1 . Segue-se depois, estacionando em 2 e visando-se as estações 1 e 3 calculando-se o ângulo α_2 . Sucessivamente fazendo esta operação em todas as estações da poligonal, estaciona-se no ponto seguinte e visam-se os pontos anteriores e posteriores para determinar os ângulos horizontais definidos pelas duas direcções, em medir as distâncias conjugadas, como é mostrado próxima figura.

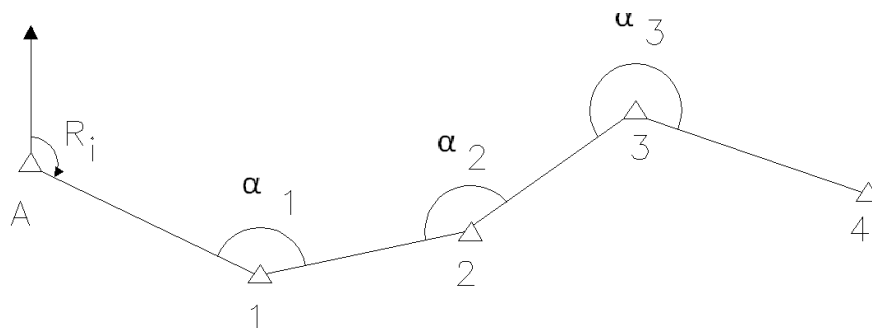


Figura 44 - Poligonal de 4 vértices

Com estas medições e com o rumo inicial, é possível calcular os rumos dos sucessivos dos lados da poligonal, aplicando o transporte de rumos, como é mostrado na próxima figura 45.

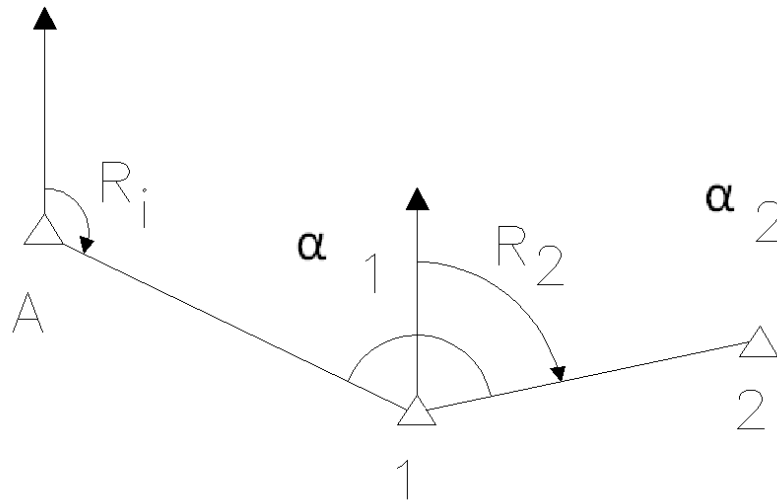


Figura 45 - Transmissão de rumos

O R_{12} pode ser calculado por esta equação:

$$R_{12} = R_1 + \alpha_1 \pm 200 \text{ gon} \quad (1.4.2)$$

Os restantes podem ser calculados sempre a partir do rumo anterior, como indicado nas próximas expressões:

$$R_{23} = R_{12} + \alpha_2 \pm 200 \text{ gon} \quad (1.4.3)$$

$$R_{34} = R_{23} + \alpha_3 \pm 200 \text{ gon} \quad (1.4.4)$$

Tendo sido medidas nos dois sentidos, isto é., da estação 1 mediu-se a distância para 2 e da estação 2 mediu-se distância para 1, devem ser consideradas como médias. As distâncias devem ser ainda reduzidas ao plano cartográfico. Conhecidas as coordenadas da estação 1 e utilizando o rumo e comprimento do lado 1-2, pode-se fazer o transporte de coordenadas, isto é, determinar as coordenadas do ponto 2. Por sucessivos transportes são obtidas as coordenadas de todas as estações da poligonal:

$$\begin{aligned} M_2 &= M_1 + dh_{12} \sin(12) & P_2 &= P_1 + dh_{12} \cos(12) \\ M_3 &= M_2 + dh_{23} \sin(23) & P_3 &= P_2 + dh_{23} \cos(23) \end{aligned} \quad (1.4.5)$$

As medições são sempre afectadas de erros, dado às limitações e imprecisões dos aparelhos. Excluindo enganos e erros sistemáticos, estarão sempre presentes erros aleatórios que saem do nosso controlo. Em cada transporte de rumos e coordenadas haverá pequenos erros que se vão acumulando de estação para estação. A fim de controlar esses erros pode-se fazer com que a estação final, seja também um ponto de coordenadas conhecidas, e desta forma pode-mos comparar essas coordenadas com as obtidas pelos cálculos. De igual modo, pode-se testar os erros no transporte dos rumos se a partir da

última estação (conhecida) for visado um ponto também conhecido, como é mostrado na próxima figura.

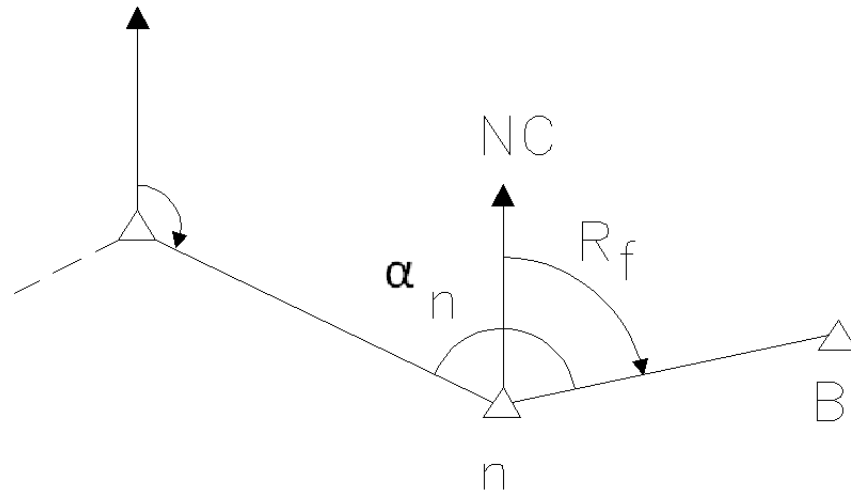


Figura 46 - O fecho da poligonal

Sendo do n a última estação da poligonal (com coordenadas conhecidas) e B um outro ponto de coordenadas conhecidas, pode ser calculado o rumo final (nB), exacto, com esta equação

$$R_f^{(exacto)} = \tan^{-1} \frac{X_B - X_n}{Y_B - Y_n} \quad (1.4.6)$$

Podendo, assim calcular a diferença entre o rumo final exacto (obtido a partir das coordenadas conhecidas) e o rumo calculado no transporte (evitado de erros).

O erro de fecho angular da poligonal deve ser inferior à tolerância calculada pelas seguintes expressões, para os dois tipos de poligonal:

$$\text{Poligonal de precisão} - \sqrt{(n + 2)} \quad (1.4.7)$$

$$\text{Poligonal de baixa precisão} - 3\sqrt{(n + 2)} \quad (1.4.8)$$

onde :

n – o número

de vértices da poligonal, +2 para incluir o ponto inicial e o ponto final

Caso o erro esteja dentro da tolerância, os valores dos ângulos medidos são tornados coerentes com o rumo inicial e final, distribuindo o erro pelas medidas realizadas, isto é, pelos ângulos α . Calcula-se uma compensação distribuindo o erro por todas as medidas, que se vai adicionar aos ângulos.

$$comp = \frac{e_a}{n} \quad (1.4.9)$$

A compensação deve ser equitativa e de forma a não alterar a precisão. Finalmente, os ângulos compensados são dados pela seguinte equação (Gonçalves *et al.*, 2008):

$$\bar{\alpha}_i = \alpha_i + comp, i = 1, 2, \dots, n \quad (1.4.10)$$

1.4.3.2 – Cálculo do ajustamento linear pelo método clássico

Compensados os rumos dos lados da poligonal calculam-se agora os comprimentos linearizados de cada lado com as seguintes fórmulas:

$$g * \sin^2 z - \text{para mira falante} \quad (1.4.11)$$

$$DI * \sin z - \text{para EDM} \quad (1.4.12)$$

Cada distância deve ser medida duas vezes. O comprimento do lado é a média de cada par de distâncias. Por exemplo, se de A para 1 foi calculada D1 e de 1 para A foi calculada D2, com essas distâncias calculamos a média:

$$A1 = \frac{(D1+D2)}{2}. \quad (1.4.13)$$

Calculando os rumos e os comprimentos de cada lado, poderemos por isso, agora fazer o transporte das coordenadas para cada vértice, desde o início ao fim da poligonal:

$$M_1 - M_A = \Delta M1 = Dist. A1 * \sin R_{A1} \quad (1.4.14)$$

$$M_2 - M_1 = \Delta M2 = Dist. 12 * \sin R_{12} \quad (1.4.15)$$

onde ΔM são as abcissas relativas entre cada vértice e o anterior.

A soma $\Delta M1 + \Delta M2 + \dots + \Delta Mn$ evidentemente devia ser igual a $M_F - M_i$, como se demonstra algebricamente:

$$(M_A - M_1) + (M_1 - M_2) + (M_2 - M_3) + (M_F - M_n) = (M_F - M_i) \quad (1.4.16)$$

considerando $n=3$

Caso $\Delta M1$ estão afectados de erros nas distâncias e nos rumos compensados, a sua soma não dá exactamente a diferença $M_F - M_i$ entre distâncias à meridiana do vértice final e do vértice inicial, isto é, encontramos um erro, designado, erro de fecho linear em M:

$$\Delta M = \sum \Delta M - (M_F - M_i) \quad (1.4.17)$$

Do mesmo modo ao calcular o P1-PA, etc., encontramos também um erro linear em P:

$$\Delta P = \sum \Delta P - (P_F - P_i) \quad (1.4.18)$$

O erro de fecho linear em M e P:

Sendo o erro de fecho linear:

$$e = \sqrt{\Delta M^2 + \Delta P^2} \quad (1.4.19)$$

a qual deve ser inferior às seguintes tolerâncias expressas na tabela seguinte:

Tabela 3 – Tolerância do erro de fecho linear da poligonal

Poligonal à estadia	$t = 0.010\sqrt{d} + 0.10 \text{ m}$
Poligonal com EDM e á fita	$t = 0.005 + \sqrt{d} + 0.05 \text{ m}$
Poligonal à mira	$t = 0.06\sqrt{d} \text{ m}$

A correcção às coordenadas M relativas faz-se por proporção directa:

- ΔM é o erro cometido em $|\Delta M1| + |\Delta M2| + \dots + |\Delta Mn| = \sum |\Delta M|$
- $C1$ é o erro cometido em $\Delta M1$
- $C1 = \Delta M1 * \frac{\Delta Y}{\sum |\Delta M|}$, etc.

Do mesmo modo as correcções a aplicar às coordenadas P relativas ou parciais são efectuadas da mesma forma das correcções aplicadas às coordenadas M, usando os respectivos valores.

Chegamos ao valor M_F e P_F das coordenadas do vértice final. Se diferirem das coordenadas M_F P_F de chegada, é porque houve erro nos cálculos da compensação das M e P relativas (Sousa Cruz, Redweik, 2008).

1.4.3.3 – Cálculo do ajustamento das cotas pelo método clássico

De cada vértice I visamos o vértice seguinte J. Então a diferença de cotas ΔC será:

$$\Delta C = CotaJ - cotaI \quad (1.4.20)$$

e pode ser calculada:

$$\Delta C + A = dn + ae \quad (1.4.21)$$

e

$$\Delta C = dn + ae - A \quad (1.4.22)$$

onde:

a – altura do instrumento

A – altura visada

dn – Desnível entre o instrumento e o ponto visado.

O dn é dado por:

$$dn = d * \cot Z \text{ ou } dn = di * \cos Z \quad (1.4.23)$$

Mas em cada vértice visado J também visamos o vértice anterior, e aí teremos:

$$\Delta C + a = A - dn \quad (1.4.24)$$

Os valores absoluto os dois desníveis (dn+a-A) são iguais, embora de sinais contrários, pois se de I para J sobe, de J para I desce, isto é, o desnível entre I e J é igual ao desnível entre J e I, em valor absoluto.

O valor do desnível também resulta da média dos valores da medida á frente e da medida a traz realizados em cada braço:

$$\Delta C_I = \frac{\Delta C_{JI} - \Delta C_{IJ}}{2} \quad (1.4.25)$$

Na prática, a distância d e os ângulos Z estão afectados de erros. Então a diferença de cotas ΔC entre I e J, vem ligeiramente diferentes da diferença de cotas entre J e I.

Com a soma de cotas (ΔC) parciais entre cada dois vértices consecutivos não dá exactamente a diferença de cotas ΔC entre F e I, isto é:

$$(\Delta C1 + \Delta C2 + \dots + \Delta Cn) - (cota F - cota I) = \delta \Delta C \quad (1.4.26)$$

onde:

$\delta \Delta C$ - é o erro de fecho altimétrico

O erro de fecho altimétrico deve ser inferior à seguinte tolerância:

$$t = 0.03 * \sqrt{(n - 1)} + 0.20 \text{ m} \quad (1.4.27)$$

onde :

n – número de vértices da poligonal

A compensação pode fazer-se, proporcionalmente, ao comprimento de cada troço pelo método Transit. Também se pode fazer pelo método Bowditch, proporcionalmente a cada ΔC . O método de compensação altimétrico programado foi o de Transit.

Se para o comprimento total dos lados da poligonal D erramos $\delta \Delta C$ em cota, em di teríamos errado cni . O di é o comprimento do lado i e cni o erro do lado i , portanto, a correcção que devemos subtrair ao desnível corresponde.

$$cni = di * \frac{\delta \Delta C}{D} \quad (1.4.28)$$

Vamos, pois, calculando sucessivamente as cotas dos vértices. Se a compensação estiver certa, chegamos ao valor correcto da cota CF do ponto final igual à cota observada (Sousa Cruz; Redweik, 2008):

$$C_1 = C_1 + (C_1 - C_I) \quad (1.4.29)$$

$$C_2 = C_1 + \Delta C_2 \quad (1.4.30)$$

ou

$$C_F = C_n + \Delta C_{n+1} \quad (1.4.31)$$

1.4.3.4 – Cálculo e ajustamento dos rumos pelo método militar

Do rumo de partida, resultante da soma do R_0 do instrumento colocado em I com a leitura para o vértice H , poderemos calcular o rumo de I para J :

$R_{IJ} = R_{IH} + (L_{IJ} - L_{IH})$ igualdade algébrica evidente. A soma entre parêntesis é o ângulo O da poligonal no vértice I . por agora não se pode calcular, dado que não se sabe o valor de R_{IJ} , mas consideramos o R_0

Do instrumento quando estacionamos em I , teremos:

$$R_{IJ} = L_J + R_0 \text{ e } R_{IH} = L_H + R_0$$

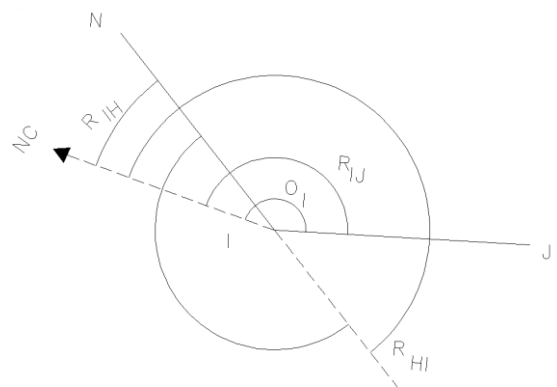


Figura 47 - Rumo de partida

Para calcular o rumo para o ponto é somar o ângulo calculado nesse ponto ao R_0 (rumo de orientação) do instrumento, isto é, ao rumo para o ponto de orientação retira-se a leitura observada calculando o R_0 do instrumento.

Como o ângulo O_I , resulta das diferenças das leituras azimutais das a diferença do rumos

$$O_I = R_{IJ} - R_{IH} = L_J - L_H \quad (1.4.32)$$

a partir das leituras em cada vértice poderemos pois calcular os ângulos O_n da poligonal. Considerando que andamos do início para o fim $I = 1, 2 \dots$ o ângulo O_I terá como valor:

$$O = \text{leitura à frente} - \text{leitura à rearguarda} \quad (1.4.33)$$

Poderemos então calcular:

$$O_I = L_{12} - L_{1I}$$

$$O_2 = L_{23} - L_{21}, \text{ Etc.}$$

$$(4.4.33)$$

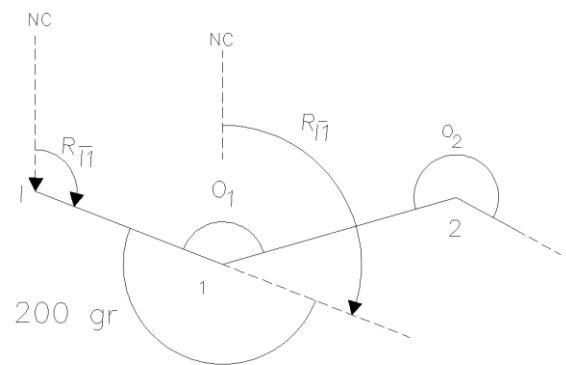


Figura 48 – Transporte de rumos

Calculemos então os rumos de todos os lados. Conhecemos o R_{1I} de partida:

$$R_{1I} + 200 = R_{1J} \quad (1.4.34)$$

$$R_{1J} + O_1 = R_{12} \quad (1.4.35)$$

R_{12} é o rumo do segundo lado.

Do mesmo modo:

$$R_{12} + 200 = R_{21} \quad (1.4.36)$$

e

$$R_{21} + O_2 = R_{23} \quad (1.4.37)$$

Onde R_{23} é o rumo do terceiro lado e assim sucessivamente, calculam-se os rumos dos lados, até ao último rumo R_{nF} entre o último vértice n e o vértice de fecho F . Mas podemos calcular o rumo de chegada, R_{Fn} , invertendo o rumo e assim teremos:

$$R_{Fn} + 200 = R_{nF} \quad (1.4.38)$$

Esta compensação consiste em considerar os rumos de partida e de chegada e corrigir cada ângulo O_i de modo a ter a seguinte condição:

$$R_{nF}^{\wedge} = R_{nF} \quad (1.4.39)$$

Para isso corrigimos, igualmente, cada ângulo, isto é, seja:

$$E = R_{nE} - R_{nE}^{\wedge} \quad (1.4.40)$$

onde:

n - o número de lados.

A cada ângulo é somado de E/n

Somar $\frac{E}{n}$ O_1 equivale a somar $\frac{E}{n}$ a $R_{12}, R_{23}, R_{34} \dots R_{nf}$

Somar $\frac{E}{n}$ O_2 equivale a somar $\frac{E}{n}$ a $R_{23}, R_{34} \dots R_{nf}$

Somar $\frac{E}{n}$ O_3 equivale a somar $\frac{E}{n}$ a $R_{34} \dots R_{nf}$

ou seja a compensação, na prática, obtém-se somando $\frac{E}{n}$ ao primeiro rumo calculado, somando $2 \cdot \frac{E}{n}$ ao segundo rumo calculado e assim por diante até somar $n \cdot \frac{E}{n}$ ao último rumo calculado, que fica então igual ao rumo observado.

O resto das compensações é igual ao do método clássico (Sousa Cruz, Redweik, 2008).

1.4.4- Cálculo e ajustamento aproximado de uma poligonal com pontos nodais

Quando um determinado número de poligonais se intersectam num ponto comum, chamado Nodo, estamos na presença de uma poligonal com ponto Nodal. Para a compensar é necessário calcular as coordenadas desse ponto antes e ajustar as coordenadas das outras estações.

Considerando o sistema de poligonais apresentados na próxima figura

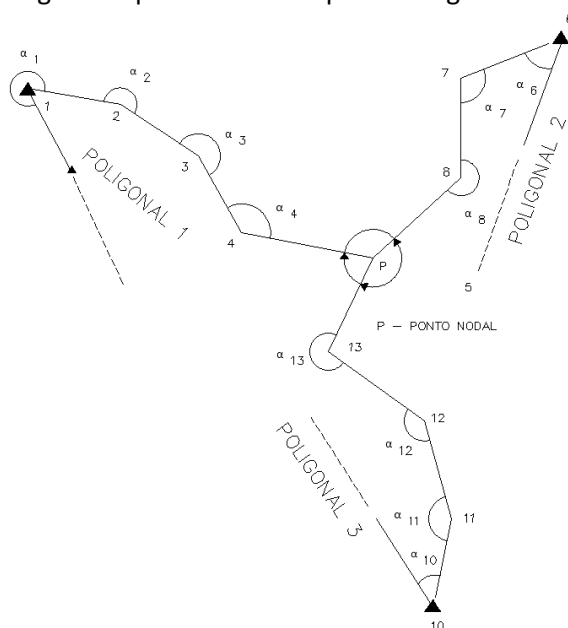


Figura 49 - Poligonal com ponto nodal

Em P, o Nodo, as direcções BP.4, BP.8 e BP.13, têm de ser medidas. Designando os ângulos por α_i , o rumo dos lados P.4, P.8 e P.13 podem ser calculados da seguinte maneira:

$$\angle 0.1 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 - (4 * 200) = \angle 4.P \quad (1.4.41)$$

$$\angle 5.6 + \alpha_6 + \alpha_7 + \alpha_8 - (3 * 200) = \angle 8.P \quad (1.4.42)$$

$$\angle 9.10 + \alpha_{10} + \alpha_{11} + \alpha_{12} + \alpha_{13} - (4 * 200) = \angle 13.P \quad (1.4.43)$$

As direcções medidas, BP.4, BP.8 e BP.13 devem ser orientados para o mesmo sistema (único), encontrando o respectivo rumo de orientação (R_0).

São obtidos 3 ângulos “0”:

$$R_{01} = \angle P.4 - BP.4 \quad (1.4.44)$$

$$R_{02} = \angle P.8 - BP.8 \quad (1.4.45)$$

$$R_{03} = \angle P.13 - BP.13 \quad (1.4.46)$$

Os quais diferem ligeiramente uns dos outros, devido a erros de observação.

O rumo de orientação do giro R_0 é encontrado fazendo a média pesada de R_{01} , R_{02} e R_{03} :

$$R_{0m} = \frac{w_{11} \angle 01 + w_{22} \angle 02 + w_{33} \angle 03}{w_{11} + w_{22} + w_{33}} \quad (1.4.47)$$

Onde os pesos são, se não houver outro critério, considerados inversamente proporcionais ao número de lados em cada poligonal respectivamente, e de acordo com a figura 49:

- O peso w_{11} de 01 na poligonal é igual a $\frac{1}{9}$
- O peso w_{22} de 02 na poligonal é igual a $\frac{1}{7}$
- O peso w_{33} de 03 na poligonal é igual a $\frac{1}{9}$

Os rumos em P então vêm:

$$\angle P.4 = BP.4 + R_{0m} \quad (1.4.48)$$

$$\angle P.8 = BP.8 + R_{0m} \quad (1.4.49)$$

$$\angle P.13 = BP.13 + R_{0m} \quad (1.4.50)$$

O erro de fecho “tai” pode agora ser calculado para todas as poligonais, por exemplo para a poligonal 1:

$$XP = \frac{[(w_{11}XP(1)) + (w_{22}XP(2)) + (w_{33}XP(3))]}{[w_{11} + (w_{22} + w_{33})]} \quad (1.4.51)$$

$$YP = \frac{[(w_{11}YP(1)) + (w_{22}YP(2)) + (w_{33}YP(3))]}{[w_{11} + (w_{22} + w_{33})]} \quad (1.4.52)$$

Os últimos passos são o cálculo dos erros de fecho t_x e t_y em cada poligonal separadamente e o seu ajustamento segundo o método de Transit.

Os resultados têm óptima precisão quando as direcções gerais das poligonais formarem ângulos iguais no ponto nodal.

Em princípio, havendo um certo número de nodos, estes pode ser ajustado em simultâneo, antes do ajustamento final de cada poligonal simples (Souza Cruz, 1998).

1.4.5 – Redução da poligonal ao plano cartográfico

As observações das distâncias feitas á superfície devem ser reduzidas ao plano cartográfico, esta redução é pequena quando é usada na topográfica. Esta correcção dependerá, da precisão do levantamento, da própria distância e da altitude do ponto estação.

Para se obter a distância cartográfica, deve-se realizar as seguintes reduções aplicadas à distância medida:

- Redução ao plano cartográfico do sistema Hayford-Gauss para o território nacional continental.

$$D_C = D_0 + 41\,018 \times 10^{-19} (M_E^2 + M_E \cdot M_V + M_V^2) D_0 \quad (1.4.53)$$

1.4.6 – Cálculo de poligonal no programa

Agora fazendo a escolha da **poligonal (método de Transit)** na janela da topografia aparece a janela da introdução dos dados da poligonal e onde indicamos se se a poligonal é calculada com ou sem a redução ao plano cartográfico (por defeito a redução ao plano cartográfico vem seleccionado).

Introdução dos dados para o cálculo da Poligonal pelo método de Transit 1.0

Abrir Introduzir dados Gravar Sair

Nome da Poligonal - | - BEJA Numero de estações - 6

Ponto do início: M - -88889,875 P - -100643,582 Nome - P01 Cota - 78,305

Ponto de orientação inicial: Mi - -88841,975 Pi - -100752,305 Nome - P02 Lof - 286,2214

Num. leit.	Estação	P. vis.	Leit. Az	Alt. inst.	Alt. Visada	Dist. Incl.	Leit. Z
1	P01	P13	119,1264	1,410	1,633	54,520	99,4982
2	P13	P01	70,5942	1,626	1,411	54,516	100,4947
3	P13	P14	29,5162	1,626	1,466	92,971	100,1372
4	P14	P13	189,0314	1,464	1,620	92,970	99,8683
5	P14	P15	390,9478	1,464	1,471	138,688	100,3172
6	P15	P14	290,8994	1,457	1,468	138,690	99,6776
7	P15	P16	232,9012	1,457	1,558	57,088	99,8675

Ponto do fim: M - -88841,975 P - -100752,305 Nome - P02 Cota - 76,948

Ponto de orientação final: Mf - -88889,875 Pf - -100643,582 Nome - P01 Lof - 26,0368

Redução ao plano cartográfico ☒ Calcular

Figura 50 - Janela inicial do cálculo da poligonal

Nesta janela podemos abrir ficheiros previamente guardados com os dados para o cálculo, gravar o ficheiro com os dados introduzidos manualmente, outro com os resultados do cálculo da poligonal e outro com a lista de coordenadas com o formato mostrado nos capítulos anteriores. Carregando em “Calcular” aparece a janela onde é mostrado os resultados do cálculo, na seguinte figura é mostrado o ficheiro dos resultados do cálculo.

Todos os dados estão em metros
) nivelamento geométrico foi gravado em - 15:17:11 11/10/2009
 nome da poligonal - beja
 resultados obtidos pelo cálculo da poligonal

Estação	P. vis.	Ang. obs - O	Rumos comp.	Méd. Dist. Horiz	Delta M Cor.	Delta P Cor.	Dn Cor.	M abs.	P a
p01	p02	232.9050	6.4855	54.516	5.544	54.231	000	-88884.331	-100589.3
p01	p13								
p13	p01	358.9220	165.4067	92.970	48.069	-79.583	000	-88836.262	-10
p14	p13								
p14	p15	201.9164	167.3223	138.687	68.103	-120.821	-001	-88768.159	
p15	p14								
p15	p16	342.0018	309.3233	57.088	-56.477	8.331	000	-88824.636	-100
p16	p15								
p16	p02	256.4886	365.8111	33.892	-17.339	29.119	-001	-88841.975	-1
p02	p16								
p02	p01	207.7710	373.5813						

Erro de fecho angular - 0.0048 o que faz esta poligonal ser de Precisão visto que está dentro do seguinte intervalo
 Erro de fecho altimétrico é - -0.004 visto que o valor é maior a 0.1671
 o valor das coordenadas finais tem de ser igual a : Mf - -88841.975 Pf - -100752.305 cotaf - 76.947

Figura 51 - Ficheiro com os resultados do cálculo

1.4.7 – Análise dos Resultados

Vamos validar os resultados obtidos por este programa por uma poligonal de rabo na boca com orientação interna realizada na FCUL pelo autor na cadeira de Topografia.

Folha de observações:

	M	P	COTA	Let. Orient	RUMO	R ₀
PTO. INICIAL (P01)	-89055,023	-100609,037	80,648			
PTO. ORIENTAÇÃO (P02)	-89104,897	-100544,392	81,294		358,1662	358,16622
PTO. FINAL (P02)	-89104,897	-100544,392	81,294			
PTO. ORIENTAÇÃO (P01)	-89055,023	-100609,037	80,648		158,1662	158,16622

ESTAÇÃO	I	PONTO VISADO	O	AL	MÉDIA	Z	MÉDIA	DI	DI
P01	1,410	P02	1,633	DP IR	286,2214				
		P13		DP IR	119,1264		99,5024	54,52	54,518
P13	1,626	P01	1,411	DP IR	70,5942		100,4970	54,516	54,514
		P14		DP IR	29,5162		100,1378	92,971	92,971
P14	1,464	P13	1,464	DP IR	189,0314		99,8696	92,97	92,970
		P15		DP IR	390,9478		100,3188	138,688	138,686
P15	1,457	P14	1,457	DP IR	290,8994		99,6776	138,69	138,688
		P16		DP IR	232,9012		99,8780	57,088	57,088
P16	1,565	P15	1,565	DP IR	152,7412		100,2186	57,089	57,089
		P02		DP IR	9,2298		101,5768	33,903	33,893
P02	1,575	P16	1,575	DP IR	218,2658		98,4428	33,902	33,892
		P01		DP IR	26,0368				

Resultados obtidos pela Folha de Cálculo da poligonal, fazendo a redução ao plano cartográfico:

PTO	DH	DN	COTA	D _o	Rumo Compensado	ΔM	ΔP	M
P01			78,305					-88889,875
P13	54,5163	0,2069	78,5119	54,5157	6,4849	5,5437	54,2337	-88884,331
P14	92,9703	-0,0378	78,4740	92,9691	165,4060	48,0703	-79,5784	-88836,261
P15	138,6872	-0,6964	77,7776	138,6855	167,3214	68,1047	-120,8135	-88768,156
P16	57,0883	0,0147	77,7923	57,0876	309,3223	-56,4773	8,3298	-88824,634
P02	33,8922	-0,8499	76,9424	33,8918	365,8099	-17,3396	29,1208	-88841,973
CONTROLO	377,154	-1,363		377,1497		47,9019	-108,7075	

Cálculo das coordenadas dos vértices da Poligonal com Redução ao Plano Cartográfico

65

Resultados obtidos pela Folha de Cálculo da poligonal analisando as diferenças entre as coordenadas sem e com a redução ao plano cartográfico:

PTO	RUMO	POL. MÉTODO MILITAR		POL. RED. PLANO CART MILITAR		DIF. M (Mil - Cart)	DIF. P (Mil - Cart)	COTA
		M	P	M	P			
P01		-88889,875	-100643,582	-88889,875	-100643,582			78,305
P13	6,4849	-88884,331	-100589,351	-88884,331	-100589,345	0,000	-0,006	78,512
P14	165,4060	-88836,261	-100668,934	-88836,258	-100668,932	-0,003	-0,002	78,474
P15	167,3214	-88768,157	-100789,754	-88768,150	-100789,758	-0,008	0,004	77,778
P16	309,3223	-88824,635	-100781,424	-88824,633	-100781,428	-0,002	0,003	77,792
P02	365,8099	-88841,975	-100752,305	-88841,975	-100752,305			76,942

Resultados obtidos pelo programa de topografia:

Os valores calculados pelo programa são idênticos aos calculados pelo impresso como é visível nas próximas imagens.

Resultados do cálculo das coordenadas dos vértices da Poligonal

Imprimir Fechar Janela

O modelo matemático usado nos cálculos é o militar

Estação	P. vis.	Ang. obs - O	Rumos comp.	Dist. Horiz. cal.	Méd. Dist. Horiz.	Delta M. Cor.	Delta P. Cor.	Dn. cal.	Dn. Média	Dn. Cor.	M. abs.	P. abs.	Cota abs.
p01	p02	232,9050	6,4855	0,055	54,516	5,544	54,231	0,203	0,207	0,208	-88884,331	-100589,351	78,513
p13	p01			0,055				-0,211					
p13	p14	358,9220	165,4067	0,093	92,970	48,070	-79,583	-0,041	-0,038	-0,037	-88836,261	-100668,934	78,476
p14	p13			0,093				0,034					
p14	p15	201,9164	167,3223	0,139	138,687	68,103	-120,821	-0,702	-0,696	-0,695	-88768,158	-100789,755	77,781
p15	p14			0,139				0,691					
n15	n16	342,0018	309,3233	0,057	57,088	-56,477	8,331	0,008	0,015	0,016	-88824,635	-100781,424	77,797

Var. ang.	Ref. ang.	Polig.
0,0048	0,0245	Precisão

Var. pla.	Ref. pla.	resol. do teste
0,016	0,2942	Passa

Var. alt.	Ref. alt.	resol. do teste
-0,004	0,1671	Passa

Var. ...-> Valor do erro

Ref. ...-> Valor de tolerância para o erro

Resul.	Mf	Pf	total
São iguais	-88841,974	-100752,305	76,947
Resul. dif.	0,000	0,000	0,000

Figura 52 – Janela com os resultados do cálculo sem a redução ao plano cartográfico

Resultados do cálculo das coordenadas dos vértices da Poligonal

Imprimir Fechar Janela

O modelo matemático usado nos cálculos é o militar - Poligonal reduzida ao plano cartográfico

Estação	P. vis.	Ang. obs - O	Rumos comp.	Dist. Horiz. cal.	Méd. Dist. Horiz.	Delta M. Cor.	Delta P. Cor.	Dn. cal.	Dn. Média	Dn. Cor.	M. abs.	P. abs.	Cota abs.
p01	p02	232,9050	6,4855	0,055	54,522	5,545	54,238	0,203	0,207	0,208	-88884,33	-100589,344	78,513
p13	p01			0,055				-0,211					
p13	p14	358,9220	165,4067	0,093	92,979	48,073	-79,588	-0,041	-0,038	-0,037	-88836,257	-100668,932	78,476
p14	p13			0,093				0,034					
p14	p15	201,9164	167,3223	0,139	138,701	68,108	-120,828	-0,702	-0,696	-0,695	-88768,149	-100789,76	77,781
p15	p14			0,139				0,691					
n15	n16	342,0018	309,3233	0,057	57,094	-56,484	8,332	0,008	0,015	0,016	-88824,633	-100781,428	77,797

Var. ang.	Ref. ang.	Polig.
0,0048	0,0245	Precisão

Var. pla.	Ref. pla.	resol. do teste
0,007	0,2942	Passa

Var. alt.	Ref. alt.	resol. do teste
-0,004	0,1671	Passa

Var. ...-> Valor do erro

Ref. ...-> Valor de tolerância para o erro

Resul.	Mf	Pf	total
São iguais	-88841,974	-100752,305	76,947
Resul. dif.	0,000	0,000	0,000

Figura 53 – Janela com os resultados do cálculo com a redução ao plano cartográfico

As diferenças encontradas entre as coordenadas calculadas pelos impressos e pelo programa é de 1 ou 2 mm o que não têm significado.

Na próxima figura é apresentada a lista de coordenadas para importar para um CAD. No Civil 3d temos de substituir a vírgula por ponto e o ponto e vírgula por vírgula.

```

1;-88841,975;-100752,305; 0 ; ori - p02
2;-88889,875;-100643,582;78,305; PI - p01
3;-88884,330;-100589,344;78,513; p13
4;-88836,257;-100668,932;78,476; p14
5;-88768,149;-100789,760;77,781; p15
6;-88824,633;-100781,428;77,797; p16
7;-88841,974;-100752,305;76,947; p02

```

Figura 54 – Lista de coordenadas da poligonal

1.5 – Nivelamento Geométrico

Nivelamento geométrico é um tipo de nivelamento que visa obter desníveis e as cotas (ou altitudes), com grande rigor, usando níveis. Este processo faz-se realizando visadas horizontais dirigidas para miras falantes (mira graduadas em centímetros) ou miras de código de barras (miras usadas nos níveis digitais) colocadas verticalmente nos pontos a cotar (Gonçalves *et al.*, 2008).

1.5.1 – Nivelamento e fundamentos do mesmo

Um ponto à superfície da Terra só fica perfeitamente definido quando for conhecida a sua cota (altitude), ou seja, uma distância vertical entre esse ponto e uma superfície utilizada como referência (geóide).

A operação topográfica usada para a determinar os desníveis, entre pontos é designada por nivelamento.

Dependendo dos métodos utilizado netas operação podem-se considerar, três tipos de nivelamento:

1. Geométrico ou directo – este processo mais rigoroso na determinação de desníveis baseia-se na realização de visadas perfeitamente horizontais, onde o aparelho utilizando é um nível;
2. Trigonométrico ou indirecto – este processo é mais rápido que o geométrico mas também menos rigoroso, neste processo, são utilizados taqueómetros ou estações totais;
3. Barométrico – método que tem por base a relação existente entre a pressão atmosférica e a altitude. É o menos rigoroso dos processos apresentados. Utiliza barómetros para inferir o desnível entre dois pontos, a partir da diferença de pressão medida entre os dois pontos.
4. Hidrostático – método baseado no princípio hidrostático onde o aparelho usado é um sistema de vasos comunicantes.

Antes de passar à descrição do método utilizado no programa, serão introduzidos algumas definições indispensáveis para a compreensão desta operação. Se na maioria das aplicações topográficas vistas até agora foi possível, dentro de certos limites, abstrair da forma da Terra (continua a ser verdade para distâncias do domínio da Topografia, ou seja, algumas (poucas) centenas de metros. Sempre que estes limites são ultrapassados, a “planificação” da forma da Terra acarreta erros consideráveis), nas operações de nivelamento tal só é possível desde que se verifiquem certos requisitos, os quais vão ser apresentados.

Na próxima figura estão definidas as quantidades a definir no nivelamento, tendo por base um perfil (corte) da superfície terrestre.

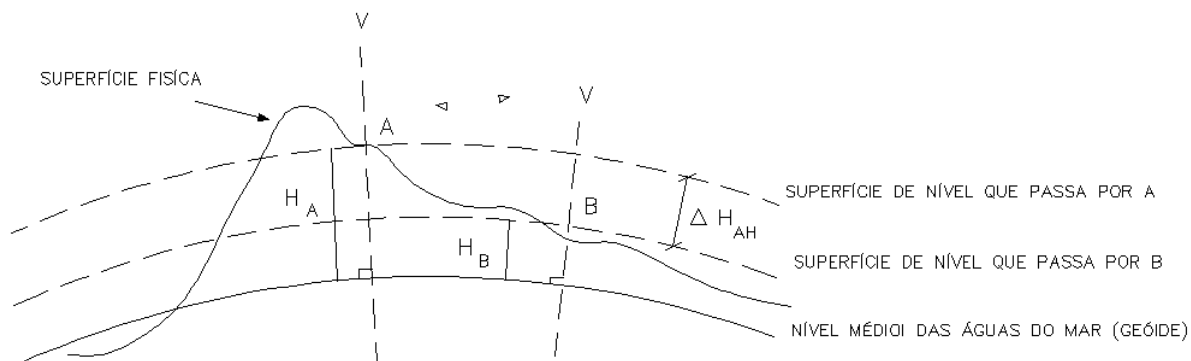


Figura 55 - superfície física e o geóide

Vertical do lugar (v) – linha de força do campo gravítico num ponto, que pode ser materializada por um fio-de-prumo;

Superfície equipotencial – (também designada por superfície nível) superfície perpendicular, em todos os seus pontos, à direcção da vertical do lugar (v); por cada ponto passa uma e uma só superfície de nível. É, por isso, uma superfície curva. No âmbito da Topografia, estas superfícies consideram-se esféricas e concêntricas (veremos que, no caso de se considerarem distâncias curtas (algumas centenas de metros), estas superfícies podem ser substituídas por planos de nível);

Nível médio do mar (geóide) – altura média da superfície do mar obtida pelas leituras do nível das águas num marégrafo; a superfície de um líquido homogéneo em repouso coincide com uma superfície de nível;

Datum vertical – superfície de nível arbitrária para a origem das altitudes. Em Portugal, esta superfície é o nível médio da água do mar que resultou das medições do marégrafo de Cascais por um período de três ciclo nodais (ciclos de 19 anos);

Plano horizontal – plano tangente a uma superfície de nível num ponto; localmente podemos considerar o plano horizontal e a superfície de nível coincidentes. A separação entre os dois é de 1mm a 113 m do ponto de tangencia e de 8 cm a 1 km de distância desse ponto;

Plano de referência – plano tangente ao datum vertical num ponto; localmente considera-se este plano como origem das altitudes, o que facilita os cálculos, esta simplificação não introduz grandes erros;

Marca de nivelamento – ponto assinalado por uma marca metálica, normalmente num local não sujeito a variação de nível (em igrejas, museus, pontes, etc.), cuja altitude foi determinada com rigor, recorrendo ao nivelamento geométrico, e serve como referência para trabalhos posteriores;

ΔH_{ab} – diferença de nível, diferença de cota, diferença de altitude ou desnível entre os pontos A e B.

Das definições anteriores, evidencia-se a diferença entre cota e altitude, expressões que nem sempre são utilizadas de forma correcta. Ambas são medidas ao longo da vertical de lugar, ou seja, são ambas distâncias verticais, no entanto, diferem na origem. A altitude tem sempre por origem um datum vertical (geóide) escolhido para uma região ou país; normalmente, é o prolongamento do nível médio das águas do mar, as cotas poderão ter por origem um plano ou superfície de referência diferente (Gonçalves *et al.*, 2008).

1.5.2 – Níveis

Com o desenvolvimento da óptica e respectivas técnicas, as pranchas de madeira usadas para materialização horizontal foram substituídas por lunetas terrestres, a qual foi associada uma nivela para assegurar a direcção horizontal. Ao aparelho que resultou da associação da luneta com a nivela deu-se o nome de nível.

O nível é um aparelho topográfico munido de uma luneta, nivela esférica e/ou tóricas e ainda parafusos nivelantes da base. Este tipo de elementos também comum aos taqueómetros e às estações totais. No entanto, o nível tem a particularidade que o torna especialmente apto à medição de desníveis. Como ele é fácil materializar uma visada na horizontal com muito rigor.

Actualmente, os níveis poderão ser ópticos ou digitais. Existem dois tipos de níveis ópticos; níveis de bloco e níveis de horizontalização automática. No caso do nível de bloco, a horizontalização da luneta é efectuada pelo operador com auxílio de uma nivela teórica colocada no montante da luneta. Como é mostrado na próxima figura.

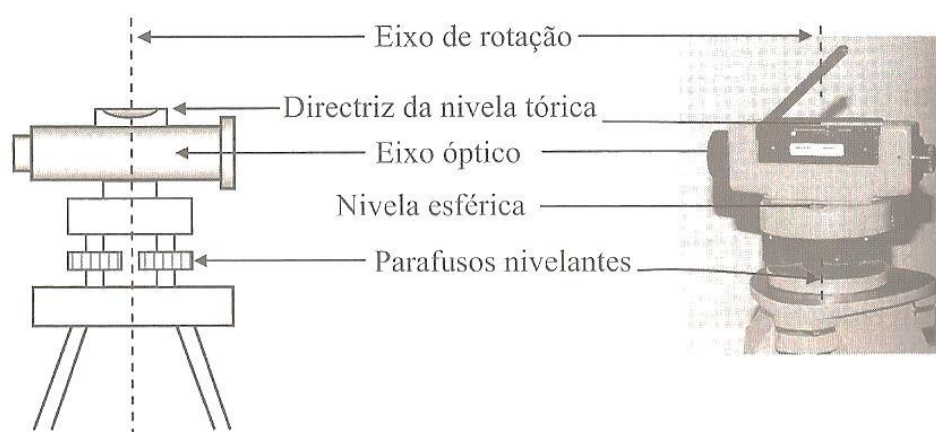


Figura 56 - O nível de bloco: representação esquemática e fotografia

O nível de bloco tem comum condição de construção o paralelismo entre o eixo óptico e a directriz da nivela teórica. A cada visada é necessário calar a nivela teórica, actuando num parafuso de inclinação, garantindo assim a horizontalidade da visada. Ao colocar um nível em estação não é mais do que garantir a perfeita horizontalidade da sua visada.

O nível de horizontalização automática é, actualmente, o tipo de nível mais utilizado, possuindo um mecanismo interno que, que é accionado com a gravidade, permite colocar a linha da visada perfeitamente horizontal desde que haja uma aproximação, prévia, à horizontal o que se consegue com a nivela esférica. Este nível é mais cómodo por não ser necessário calar nenhuma nivela durante as visadas. Apenas quando se coloca o nível no tripé é necessário calar manualmente a nivela esférica.

Actualmente surgiram os níveis digitais, aparelhos de grande simplicidade e utilização. Utilizam dispositivos de compensação semelhantes aos níveis automáticos. A principal inovação consiste na utilização de uma câmara fotográfica digital e uma mira do tipo código de barras. A grande vantagem deste tipo de nível reside no facto de as leituras serem feitas de forma automática e armazenadas na memória interna do instrumento, dispensando, por isso, um operador para fazer as observações, evitando assim, os erros associados às medições.

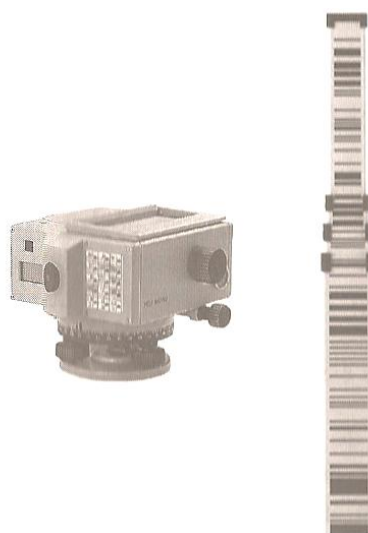


Figura 57 - Nível digital e a régua tipo código de barras

A precisão de um nível depende da sensibilidade da bolha de nivelamento e da ampliação da luneta.

Actualmente existem níveis automáticos que possuem um dispositivo que torna a linha de visada automaticamente horizontal, o que é caso do WILD NA2 (Sousa Cruz & Redweik, 2008).

1.5.3 – Miras Falantes

São equipamento auxiliar topográfico que permitem medir distâncias, pela determinação dum comprimento feita por intermédio dos fios estadimétricos de um taqueómetro.

No fundo trata-se de uma régua graduada de madeira, articuladas (ou não) de forma a poderem-se fechar, tendo como acessório um nivela esférica, por intermédio da qual se garante a sua verticalidade (desde que rectificada).

O comprimento é variável, mas as mais usuais são de 3 ou 4 metros. A graduação é em centímetros, estando no caso dos equipamentos mais antigos, os decímetros indicados e colocados em posição invertida pois em geral os taqueómetros são de imagem invertida e assim obtemos a imagem em posição habitual.

O meio da mira (linha vertical central) não está assinalado mas é definido pela linha que une os topos inferiores das marcações, e servem de referência para as leituras azimutais.

As miras dispõem de um espigão metálico que assenta no terreno e que se pode apoiar numa sapata e servem para nivelamento de precisão.

Ao segmento compreendido entre o fio superior e o inferior dá-se o nome de segmento interceptado na mira e se as leituras estiverem bem-feitas o fio médio deve indicar a meia distância entre os outros dois (Gonçalves *et al.*, 2008)

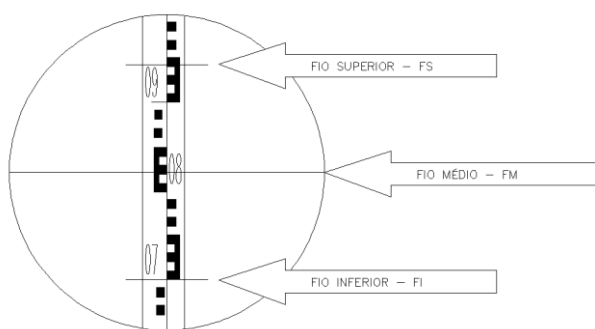


Figura 58 - mira falante

1.5.4 – Erros e rectificações

Para controlar se a linha de visada é paralela à directriz do nível, coloca-se o instrumento à meia distância entre o ponto A e B como é mostrado na próxima figura. Como as distâncias de visada são iguais, se existir um eventual erro do eixo de visada, esse erro é atenuado, porque a leitura á mira nos pontos A e B vai ser maior ou menor, do que o valor de E. A diferença R-V das duas leituras dá então a diferença de nível exacta entre os dois pontos extremos de um lanço, e onde são posicionadas as miras.

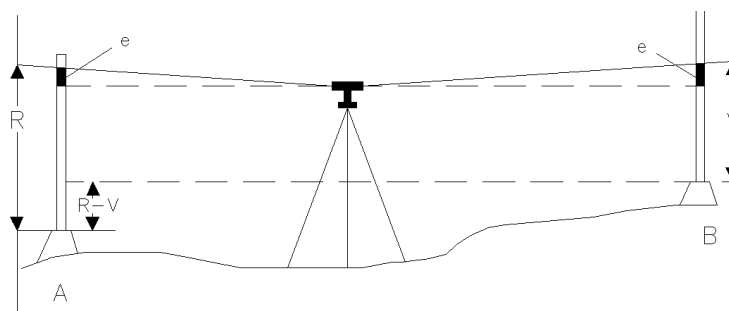


Figura 59 - Erro de leitura

1.5.5 – Leituras e técnicas de nivelamento

Como já foi dito o nivelamento consiste na determinação da diferença de nível entre dois ou mais pontos. Esta diferença pode ser determinada através de três formas diferentes de estacionamento do nível.

Vamos analisar cada caso separadamente:

1. Podemos estacionar o nível num dos pontos e colocar a mira de nivelamento na posição vertical no segundo ponto, tal como é indicado na próxima figura, e então a diferença de nível será dada:

$$R-J$$

onde:

J - altura de nível na estação B

R - leitura feita na mira colocada na estação A.

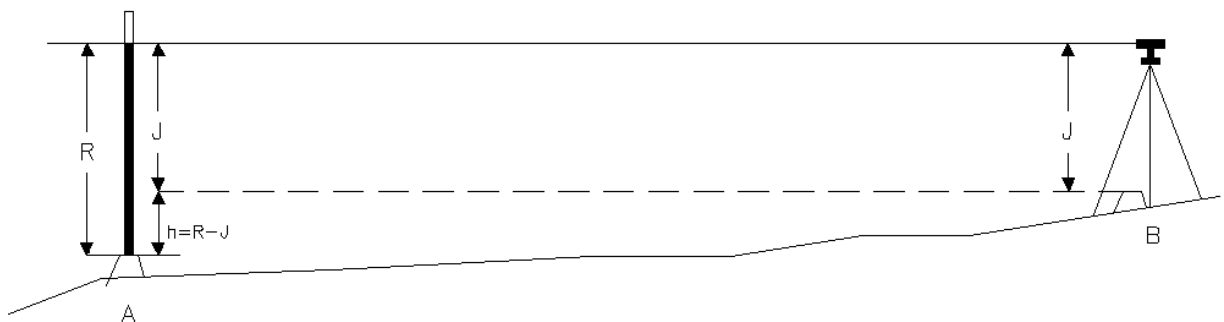


Figura 60 – Modelo de nivelamento 1

2. Outro caso que se pode considerar, é o apresentado na próxima figura, e consiste em colocar o nível entre os dois pontos A e B, de preferência de forma que as duas distâncias visadas sejam sensivelmente iguais (a menos de um erro de 5-10% da distância total), sem ter a preocupação do nível se encontrar na recta que unem esses pontos.

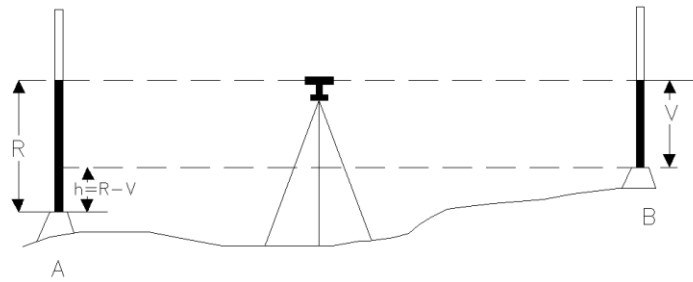


Figura 61 - Método de nivelamento 2

Onde:

R - leitura feita na mira da retaguarda

V - leitura á frente, a diferença de nível será agora dado por $R-V$

3. O terceiro caso, geralmente pouco utilizado por ser o mais impreciso, mas que as condições do terreno podem ser tais que nos obriguem a usar esta configuração.

Como é mostrado na figura, o nível não pode ser colocar sobre a estação A e B, nem entre elas e teremos de colocar num ponto atrás de uma delas e fazer as leituras R e V, sendo a diferença de nível dado, também, por $R-V$.

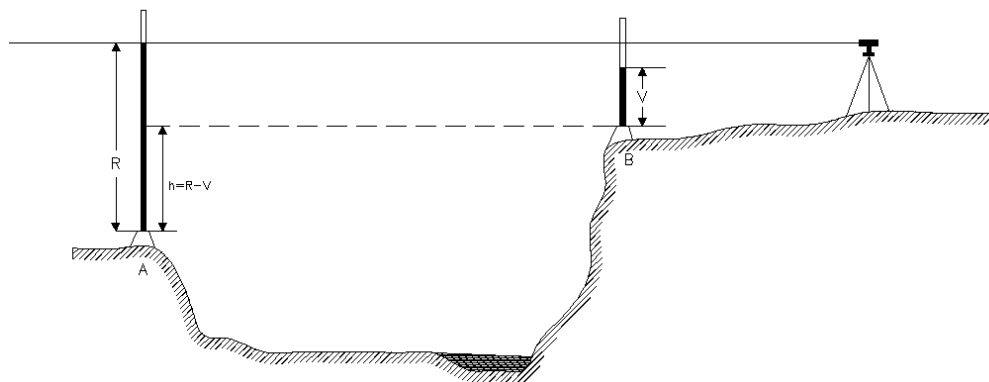


Figura 62 - Método de nivelamento 3

Após as estas considerações gerais, vamos analisar como se realiza o nivelamento entre dois pontos com uma grande distância entre eles, não permitindo fazer visadas às miras com a precisão requerida, desde que no terreno se reduza a distância entre visadas limitada pelo seu comprimento visual.

Divide-se a distância entre o ponto 1 e 5 em vários troços cuja distância de visada normal é cerca de 60 a 80m dependendo da declinação do terreno como é mostrado na figura 74.

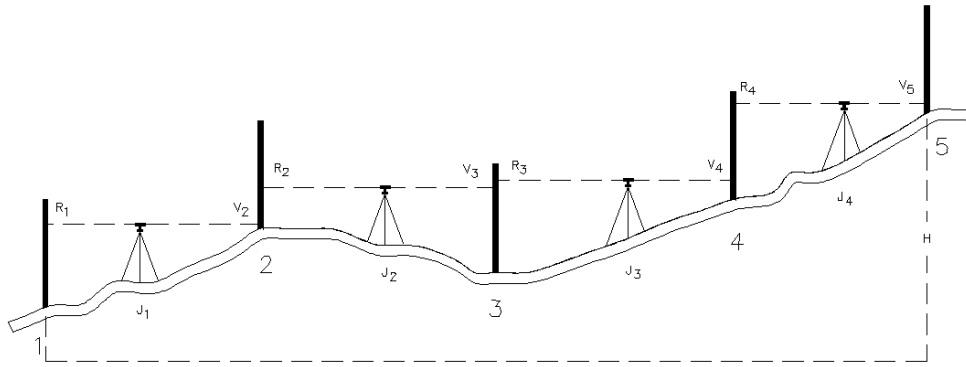


Figura 63 - linha de nivelamento

Coloca-se a mira no primeiro ponto e estaciona-se o nível de forma que a visada não ultrapasse a parte superior, e que a visada à frente caia ainda sobre a mira (colocada no ponto 2). A distância entre os pontos e o nível deve ser sensivelmente igual.

Continua-se o processo fazendo leituras á retaguarda e á frente, até atingir o ultimo ponto.

Nivelamento geométrico simples:

A determinação do desnível (ΔH) entre dois pontos A e B é feita colocando o nível num ponto próximo de A, e de B, e visando, nos dois pontos, uma mira falante na vertical.

Fazem-se as leituras do fio médio (L_A e L_B), atrás e á frente, o desnível surge como a diferença entre as duas leituras (leitura atrás menos a leitura á frente).

A operação de nivelamento pode ser realizada recorrendo á utilização de uma única estação, designado por nivelamento geométrico simples ou com duas estações e dois níveis designado de nivelamento geométrico paralelo. Nas próximas duas ilustrações mostram este processo, em perfil e em perspectiva.

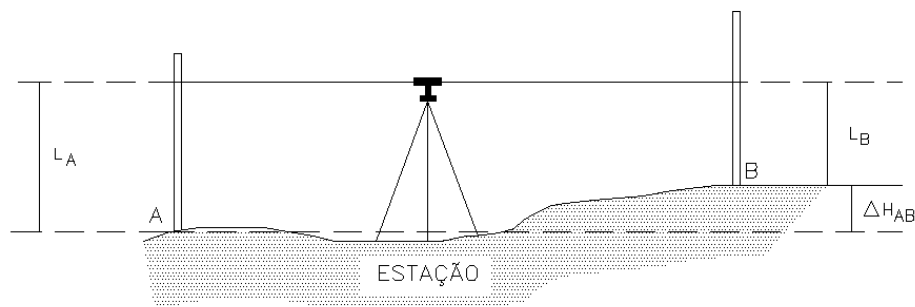


Figura 64 - Nivelamento geométrico simples (perfil)

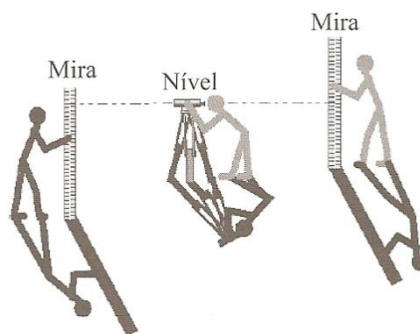


Figura 65 - Nivelamento geométrico simples (perspetiva)

Da primeira figura 63 o desnível entre os pontos A e B é obtido pela diferença entre as leituras:

$$\Delta H_{AB} = L_A - L_B \quad (1.5.1)$$

Se for conhecida a cota do ponto A, a cota do ponto B fica imediatamente determinada, pela aplicação desta equação:

$$H_B = H_A + \Delta H_{AB} \quad (1.5.2)$$

Na próxima figura pode-se observar, que a estação e os dois pontos visados em planta, numa situação em que não é possível observar o largo AB segundo uma linha recta, por exemplo, nas situações em que há um obstáculo entre A e B. Contudo as distâncias a A e B devem permanecer iguais.

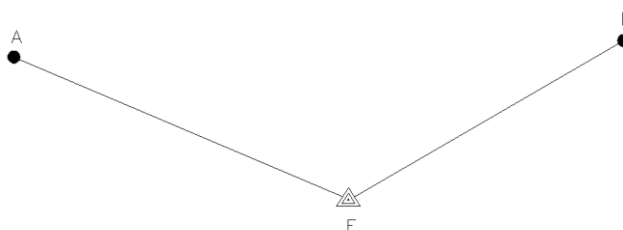


Figura 66 - Nivelamento Geométrico Simples

As figuras anteriores ilustram a operação do nivelamento geométrico em duas perspetivas diferentes, resultando da sua interpretação as seguintes conclusões:

- Os três pontos (estação, A e B) não têm de estar sobre o seu alinhamento;
- O ponto estação deverá ser recolhido de forma a ser possível, dessa posição, a observação dos pontos pretendidos.

Embora o nivelamento geométrico simples é caracterizado apenas por uma estação, tal facto não obriga a que desse ponto só sejam visados dois pontos. Se o objectivo da operação for determinar os desníveis existentes entre vários pontos próximos, esta operação pode ser feita através de várias observações, desde que sejam visíveis a partir dela. A próxima figura mostra esta situação.

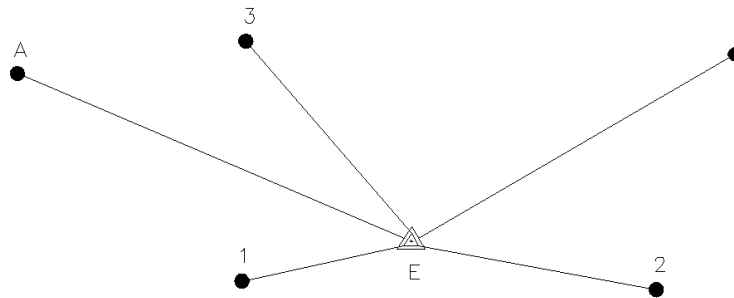


Figura 67 - Vários pontos visados a partir de uma única estação

Termos assim três tipos de visadas possíveis:

- Visada atrás – deverá ser a primeira visada efectuada em cada lanço de um nivelamento, normalmente com cota conhecida e servirá para transportar a cota para os outros pontos;
- Visada à frente – é última visada a ser realizada em cada estação. No caso de serem utilizadas várias estações, fará a ligação entre elas;
- Visadas intermédias – todas as restantes observações, o que significa que em cada estação só poderá existir uma visada do tipo atrás, uma visada do tipo adiante e um número ilimitado de visadas do tipo intermédio (caso da figura 66).

(Gonçalves *et al.*, 2008)

1.5.6 – Avaliação da precisão de um nivelamento

A realização de qualquer operação de campo emprega sempre alguns instrumentos, um nível e uma ou duas miras, através das quais, a execução prática desta operação introduzirá sempre, alguns erros. Erros devidos a uma observação deficiente, ou devidos a uma calagem imperfeita da nivela, são considerados erros acidentais, produzindo, por isso, quer num sentido quer noutro, um resultado final diferente do real. Pelo contrário, os erros resultantes de uma defeituosa graduação a mira ou deficiência que levam à desrectificação do nível são erros sistemáticos, os quais vão sendo adicionadas às leituras, falseando o resultado final. É imprescindível que se possa avaliar o erro total inerente a cada trabalho de nivelamento.

É possível estimar o erro associado a um nivelamento por isso é necessária que a sua linha de nivelamento seja fechada, por outras palavras, terá de iniciar e terminar em pontos de cota conhecida ou então iniciar e acabar no mesmo ponto. No primeiro caso, o desnível total da linha de nivelamento será dado pela diferença entre a cota final e a cota inicial, enquanto, no segundo caso, como termina no ponto onde início, o desnível total será nulo.

Temos agora duas formas distintas de calcular a mesma quantidade, ou seja, pode-se obter o desnível total da linha de nivelamento, por outro lado, através da diferença de cotas previamente conhecidas e

por outro lado, usando as leituras efectuadas no trabalho de campo. A diferença entre estes dois tipos deveria ser nula, pois dizem respeito á mesma quantidade, no entanto, devido a erros acidentais de observação, esta condição raramente se verifica. A essa diferença chama-se erro de fecho (e_f) e determinasse-se recorrendo às seguintes equações (implementadas no programa):

$$\sum DOS FIOS MÉDIOS À ATRÁS. + \sum DOS FIOS MÉDIOS À FREN. = \quad (1.5.3)$$

$$= \sum DOS DES. POSITIVOS - \sum DOS DES. NEGATIVOS \quad (1.5.4)$$

$$e_f = cota\ final + (\sum des. positivos - \sum des. negativo) - cota\ inicial \quad (1.5.6)$$

O erro de fecho costuma ser distribuído equitativamente pelos vértices intermédios, mas o mais correcto, é este erro ser distribuído proporcionalmente ao comprimento do lado da poligonal (os dois tipos foram implementados no programa). A diferença entre os dois métodos está no facto de os lanços serem ou não de comprimentos idênticos (60-80 m).

Sabe-se que os erros são aleatórios e tendem a crescer com o comprimento total da linha de nivelamento, sendo proporcional à sua raiz quadrada.

Assim, teremos um valor máximo admissível para o erro de fecho, de acordo com a seguinte expressão:

$$T = K\sqrt{L} \quad (1.5.8)$$

Onde:

T – tolerância do erro de fecho da linha de nivelamento;

K – factor de multiplicação associado a nível de probabilidade;

L – desenvolvimento da linha de nivelamento em Km.

Tabela 4 – Classificação e tolerância do erro de fecho da linha de nivelamento

Tipo	Tolerância (mm)	Observações
1- Alta precisão	$4 \sqrt{\left(\frac{L}{1000}\right)}$	-----
2- Baixa Precisão	$8 \sqrt{\left(\frac{L}{1000}\right)}$	-----
3- Corrente	$12 \sqrt{\left(\frac{L}{1000}\right)}$	Terreno normal
	$24 \sqrt{\left(\frac{L}{1000}\right)}$	Terreno acidentado

(Gonçalves *et al.*, 2008)

1.5.8 – Cálculo do nivelamento geométrico no programa

Agora fazendo a escolha do **nivelamento geométrico clássico** na janela dos **métodos topográficos**, esta opção abre a janela da introdução dos dados para realizar o cálculo do nivelamento.

	1	2	3
Num. da leitura	Ponto	FM	Dist
1		1.395	14.8
2	a1	1.585	26.000
3	a1+1	1.746	57.200
4	a2	1.105	52.000
5	a2+1	1.560	26.000
6	a4	1.560	25.000
7	a4+1	0.910	58.000

Figura 68 - Janela inicial do cálculo do nivelamento digital

Nesta janela podemos abrir ficheiros com os dados previamente gravados para o cálculo, gravar o ficheiro com os dados e outro com os resultados. Carregando no botão **“Calcular”** aparece a janela com os resultados que é mostrada na próxima figura.

Ponto	leit. fio m	Dist.	Dist. Lanços	Dn obs	Cota cal.	Fact. Corr.	Cota Corr.
	1.395	14.800					
a1	1.585	26.000	40.800	-0.190	280.590	-0.00267	280.587
a1+1	1.746	57.200					
a2	1.105	52.000	109.200	0.641	281.231	-0.00533	281.226
a2+1	1.560	26.000					
a4	1.560	25.000	51.000	0.000	281.231	-0.00800	281.223
a4+1	0.910	58.000					
a7	2.200	44.000	102.000	-1.290	279.941	-0.01067	279.930

Erro de Fecho (mm)
-16,00

Classificação da linha de nivelamento
Linha de nivelamento fora dos limites aceitáveis

Tolerância (mm)

Alta precisão	Baixa precisão	Terreno normal	Terreno acidentado
2,62	5,24	7,86	15,72

Figura 69 - Janela com os resultados do nívelamento digital

Todos os dados estão em metros

O nivelamento geométrico foi gravado em - 21:09:40 16-04-2010

nome da linha de nivelamento - beja

Aparelho - analogico

Resultados obtidos pelo nivelamento

Ponto	Fio Médio	Distância	Dist. do lanço	Cota	Cota 1	Cota 2
e1	1,395	14,800				
a1	1,585	26,000	40,800	280,590	280,587	280,589
a1+1	1,746	57,200				
a2	1,105	52,000	109,200	281,231	281,226	281,225
a2+1	1,560	26,000				
a4	1,560	25,000	51,000	281,231	281,223	281,224
a4+1	0,910	58,000				
a7	2,200	44,000	102,000	279,941	279,930	279,929
a7+1	0,745	31,000				
m1	1,780	44,000	75,000	278,906	278,893	278,891
m1+1	2,345	26,000				
e2	0,455	25,000	51,000	280,796	280,780	280,780

Os valores da cota 1 são calculados utilizando a compensação por pesos iguais

Os valores da cota 2 são calculados utilizando a compensação das distâncias que é a aplicação dos mmq

Distância total da linha de nivelamento (m) - 429,000

O valor do erro de fecho é - 0,016 m logo esta linha de nivela/ é de média precisão

Figura 70 - Ficheiro com os resultados do cálculo

1.6 – Análise dos Resultados

Para a validação deste módulo do programa foi escolhido um trabalho realizado em Beja. Foi escolhido um nivelamento analógico, com a seguinte ordem de trabalho:

Na rede ESTIG somente as duas Estações E1 e E2, dispõem de cotas altimétricas:

Cota de E1 = 280.78 m

Cota E2 = 280.48 m

Calcular o erro de fecho do nivelamento.

Compensar esse erro obtendo as cotas finais ou compensadas.

Prende-se cotar as restantes sete estações (A1, A2, A3, A4, A5, A6 e A7), por nivelamento geométrico, sendo o itinerário escolhido o que é apresentado na próxima figura.

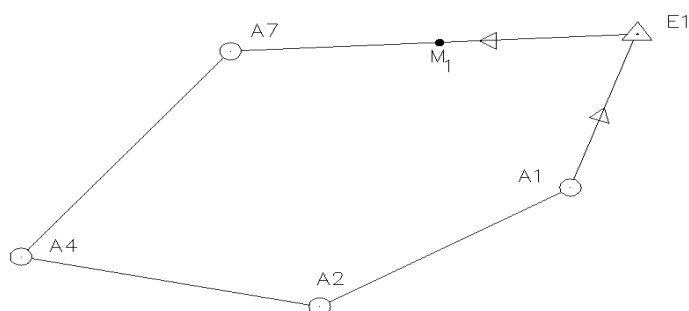


Figura 71 – Itinerário do nivelamento analógico

Folha de observações:

Página.....

Estação ou Pontos Visados	Leituras à Retaguarda				Distâncias	Leitura à Frente				Distâncias	Desníveis		Cotas em	Observa- ções Referências ou Esboços
	Nivelamento					Nivelamento					a subir +	a descer -		
	Fio Su- perior	Fio médio	Fio inferior	Média		Fio Su- perior	Fio médio	Fio inferior	Média					
E1	1,469	1,395	1,321		11,1								280,78	
A1						1,715	1,585	1,455		26,0		0,19	280,59	
A1	2,036	1,760	1,460		52,2									
A2						1,365	1,105	0,845		53,0	0,641		281,231	
A2	1,690	1,560	1,430		26,0									
A4						1,685	1,560	1,435		25,0	0		281,231	
A4	1,200	0,910	0,700		30,0									
A7						2,120	2,200	1,980		16,0		1,29	277,94	
A7	0,900	0,765	0,590		31,0									
M1						2,000	1,780	1,560		16,0		1,035	278,906	
M1	2,475	2,345	2,215		26,0									
E1						0,580	0,455	0,330		25,0	1,89		280,796	

Soma dos desniveis +
 $0,641 + 1,89 = 2,531 \text{ m}$

Soma dos desniveis -
 $0,19 + 1,29 + 1,035 = 2,515 \text{ m}$
 $2,531 - 2,515 = 0,016 \text{ m}$

Página - 4

Soma dos fios médios
 $\Sigma f_{\text{m}} = 8,685 \text{ m (frente)}$
 $\Sigma f_{\text{m}} = 8,701 \text{ m (retaguarda)}$
 $8,701 - 8,685 = 0,016 \text{ m}$

Resultados obtidos pela Folha de Cálculo de nivelamento analógico:

[illegible]

COMPENSAÇÃO:

Nº DE COTAS A COMPENSAR - 6

CONSTANTE DE CORRECÇÃO: -0.002667

PTO	FACTOR DE CORRECÇÃO	COTA	COTA CORRIGIDA
A1	-0.0026667	280.590	280.587
A2	-0.0053333	281.231	281.226
A4	-0.0080000	281.231	281.223
A7	-0.0106667	279.941	279.930
M1	-0.0133333	278.906	278.893
E1	-0.0160000	280.796	280.780

Resultados obtidos pelo programa de topografia:

Os valores calculados pelo programa são idênticos aos calculados pelo impresso como é visível nas próximas imagens.

Introdução dos dados do Nivelamento Geométrico 2.0

Abrir Introduzir dados Gravar Limpa dados Sair

Ponto do início :
Nome - e1 Cota - 280.78

Instrumento
Analógico ☒
Digital ☐

	1	2	3	4
Num. da leitura	Ponto	FM	Dist	FI
1	e1	1.469	1.395	1.321
2	a1	1.715	1.585	1.455
3	a1+1	2.032	1.746	1.460
4	a2	1.365	1.105	0.845
5	a2+1	1.690	1.560	1.430
6	a4	1.685	1.560	1.435
7	a4+1	1.200	0.910	0.620

Ponto do fim :
Nome - e2 Cota - 280.780

Método
Distribuição Equitativa ☒
Distribuição Proporcional ☐

Nome do nivelamento
beja

Calcular

Figura 72 - Janela inicial do cálculo do nivelamento analógico

Tolerância (mm)

Imprime Fechar Janela

Ponto	Im	Média dos fios	Dist.	Dist. Lanços	Dn obs.	Cota Cal.	Fact. Cor.	Cota corr.
0	0,910	0,910	58,000					
0	2,200	2,200	44,000	102,000	-1,290	279,941	-0,01067	279,930
0	0,745	0,745	31,000					
0	1,780	1,780	44,000	75,000	-1,035	278,906	-0,01333	278,893
0	2,345	2,345	26,000					
e2	0,455	0,455	25,000	51,000	1,890	280,796	-0,01600	280,780
Verif.				429,00	0,016			

Erro de Fecho (mm)
-16,00

Classificação da linha de nivelamento
Linha de nivelamento fora dos limites aceitáveis

Tolerância (mm)

Alta precisão	Baixa precisão	Terreno normal	Terreno acidentado
2,62	5,24	7,86	15,72

Figura73 - Janela com os resultados do nívelamento analógico

1.6 – Ajustamento pelo método dos mínimos quadrados

A aplicação do Método de ajustamento dos Mínimos Quadrados (MMQ) subentende a formulação de um Modelo Matemático de Ajustamento (MMA), o qual se subdivide em Modelo Funcional e Modelo Estocástico.

Modelo funcional – é composto por relações analíticas que descrevem a geometria ou característica física de um problema ou sistema. Por exemplo, na determinação da forma de um triângulo com os ângulos α , β e γ o modelo funcional é dado pela equação $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.

Modelo estocástico – é composto pelo conjunto de relações que descrevem as propriedades estatísticas dos elementos envolvidos no modelo funcional. O modelo estocástico indica, por exemplo, a qualidade das observações feitas (variâncias) e a sua interdependência (co-variâncias), assim como, a qualidade dos parâmetros a estimar.

O método dos mínimos quadrados é utilizado na estimação de um conjunto de grandezas com redundância de observações/dados. Devido à superabundância de observações existe uma infinidade de soluções, pelo que podem ser usados vários métodos para se obter uma solução. Esta resulta da combinação das possíveis formas de conjugar as observações, e é realizada na condição de minimizar a influência dos erros aleatórios que afectam as observações. Todas as observações devem estar isentas de erros de natureza sistemática, pois os resíduos são assumidos com distribuição normal centrada, $N(0, \sigma)$.

O modelo funcional do MMQ é constituído por n_0 parâmetros e n variáveis observadas (l_i $i=1, \dots, n$), existindo redundância sempre que $n > n_0$, verificada pela diferença $r = n - n_0$ que nos fornece o número de graus de liberdade do modelo.

Desta forma as observações l_1, l_2, \dots, l_n são não consistentes com o modelo funcional, pelo que e devido á presença de erros nas observações, são substituídas pelo conjunto de estimativas $\hat{l}_1, \hat{l}_2, \dots, \hat{l}_n$ (observações ajustadas) que satisfaçam o modelo funcional. Estas estimativas são obtidas adicionando a cada observação uma correcção ou resíduo (v_i), tal que:

$$\hat{l}_i = l_i + v_i \quad (1.6.1)$$

com $i=1, 2, \dots, n$.

Dada a redundância de dados o sistema de equações é indeterminado, logo existirão várias soluções de resíduos, v_i , que darão origem a um conjunto de observações ajustadas aos parâmetros (coordenadas) do modelo funcional.

Na aplicação dos MMQ, a precisão do ajustamento no caso de equações não pesadas é dada pela expressão do erro médio quadrático $\sigma = \sqrt{\frac{\sum v^2}{(n-n_0)}}$, e indica que, na condição dos resíduos terem uma distribuição normal centrada, quanto maior for a redundância maior será a precisão dos resultados.

Para um determinado modelo e um determinado conjunto de dados, o MMQ gera uma solução única, contudo, é possível fazer o ajustamento usando diferentes métodos, que se distinguem pela condição de minimização dos resíduos do ajustamento e pelo modelo funcional.

Uma vez estabelecido o modelo matemático e o método de minimização, o algoritmo dos MMQ traduz-se na resolução de conjunto de equações lineares. Nestas equações destacam-se dois tipos:

1. Equações de condição ou observação - equações que dependem de uma ou mais observações;
2. Equações constrangidas ou de restrições – equações que não incluam quaisquer observações e são apenas funções de parâmetros e constantes;

(Fonte, 1994).

Relativamente ao método de ajustamento, existe 3 métodos, um caso geral e dois particulares:

1. Ajustamento combinado com equações de observação e equações constrangidas, caso geral dado pelo modelo funcional:

$$F(X, L) = 0 \quad (1.6.2)$$

2. Ajustamento paramétrico com equações de observação, dado pelo modelo funcional:

$$F(X) = L \quad (1.6.3)$$

3. Ajustamento com equações de condição às observações, dado pelo modelo funcional:

$$F(L) = 0 \quad (1.6.4)$$

Sendo $F(Z)$, na maior parte dos casos, constituída por n funções f_i não lineares, é necessário, por condição da aplicação do MMQ, proceder-se à sua linearização a fim de se obter um sistema de equações lineares.

Aplicando o desenvolvimento da função $F(Z)$ em série de potências em torno do ponto Z^0 , como valor inicial dos parâmetros e das observações, e trocando a série a partir dos termos de segunda ordem, tem-se

$$F(Z) \cong F(Z^0) + \frac{\partial F}{\partial Z} \Big|_{Z=Z^0} \Delta Z \quad (1.6.5)$$

onde $Z = Z^0 + \Delta Z$. Fazendo a substituição na expressão (1.6.2) e especificando o vector Z^0 , pode-se escrever:

$$F(l_l^0, \dots, l_n^0, x_1^0, x_2^0, \dots, x_{n0}^0) + \frac{\partial F}{\partial Z} \Big|_{Z=Z^0} \Delta Z = 0 \quad (1.6.6)$$

com as seguintes definições:

$$\Delta Z = [V_1, \dots, V_n, \Delta \hat{x}_1, \dots, \Delta \hat{x}_{n0}]^T = [V^T \Delta^T]^T = \begin{bmatrix} V \\ \Delta \end{bmatrix} \quad (1.6.7)$$

onde V é o vector dos resíduos (correções às observações, uma estimativa do erro das observações) e Δ o vector de estimativas das correções aos valores iniciais dos parâmetros;

$$F(Z^0) = [f_1(Z^0) \dots f_n(Z^0)]^T = -W \quad (1.6.8)$$

é o valor da função calculado com os seguintes valores iniciais:

l_i^0 - direcções observadas

x_i^0 - valores iniciais ou calculados dos parâmetros;

$\frac{\partial F}{\partial Z}|_{Z=Z^0} = [AB]_{n(n+3)}$ - matriz jacobiana da função F

sendo A a matriz das derivadas parciais das observações e B a matriz das derivadas parciais dos parâmetros.

Após substituição dos elementos matriciais da equação (1.6.6) obtém-se o seguinte sistema linear de equações de observação do método combinado na sua forma matricial:

$$[A \ B] \begin{bmatrix} V \\ \Delta \end{bmatrix} - W = 0 \Leftrightarrow AV + B\Delta = W \quad (1.6.9)$$

Para o caso particular do método paramétrico ou método de equações de observação, $F(X)=L$, a matriz A é igual à identidade I, e o sistema de equações lineares assume a seguinte forma

$$B\Delta = W - V \Leftrightarrow B\Delta = [L_0 - F(X_0)] - V \quad (1.6.10)$$

Considerando-se que as observações são não correlacionadas, isto é, independentes, a matriz peso vem definida por

$$P = Q_n^{-1} = \sigma_0^2 \Sigma_n^{-1} = \frac{\sigma_0^2}{diag(\sigma_n^2, \dots, \sigma_{ln}^2)}$$

onde $Q_{||}$ é matriz cofactor e $\Sigma_{||}$ a matriz das variâncias σ_l^2 das observações.

A resolução deste sistema de equações lineares, que representa o modelo funcional, para o caso de observações pesadas, resulta da aplicação de uma condição de minimização dos resíduos

$$\phi = V^T P V = \min \quad (1.6.11)$$

onde P, um elemento *a priori* do modelo estocástico, é a matriz dos pesos das observações. A função ϕ atinge o mínimo quando as derivadas parciais em relação aos parâmetros são nulas, resultando daí o respectivo conjunto de equações normais do modelo

$$(B^T P B) \Delta = B^T W \Leftrightarrow N \Delta = -U \quad (1.6.12)$$

onde o vector solução da estimativa dos parâmetros (correções às coordenadas) é obtido pela inversão da matriz normal N:

$$\hat{\Delta} = -N^{-1}U = -(B^T P B)^{-1}B^T W \quad (1.6.13)$$

Finalmente, o cálculo dos resíduos, suprimidos na resolução da condição (1.6.10), é feito pela seguinte relação, resultante da expressão (1.6.9):

$$V = W - B\hat{\Delta} \quad (1.6.13)$$

Os resíduos são as correcções a aplicar às direcções observadas, de forma a obter-se as direcções ajustadas correspondentes à solução estimada, as quais correspondem à solução encontrada nos MMQ.

A estimativa à posterior da variância de referencia é dada por:

$$s_0^2 = \hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{r} \quad (1.6.14a)$$

Que, para o caso de observações pesadas e não correlacionadas, com peso p_i , é dada por:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{1}{n-n_0} \sum_{i=1}^n p_i v_i^2 \quad (1.6.14b)$$

para o caso de observações não pesadas, com $P=I_n$, é dada por:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{1}{n-n_0} \sum_{i=1}^n v_i^2 \quad (1.6.14c)$$

Como se considera para variância de referência *a priori* o valor $\sigma_0^2 = \sigma_l^2$, a variância das observações, S_0 representa a precisão de uma observação simples, isto é, a precisão de uma qualquer direcção.

A precisão dos parâmetros estimados ($\hat{\Delta}$) é dada pelos elementos diagonais da matriz de variâncias e co-variâncias *a posteriori* dos parâmetros

$$\Sigma_{\Delta\Delta} = \hat{\sigma}_0^2 Q_{\Delta\Delta} = \hat{\sigma}_0^2 N^{-1} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_{x_1}^2 & \cdots & \cdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdots & \cdots & \hat{\sigma}_{x_n}^2 \end{bmatrix} \quad (1.6.15)$$

(Antunes, 2010).

1.6.1 – Ajustamento com equações de observação

Esta técnica de ajustamento, também conhecida como ajustamento das observações indirectas, habitualmente designado de método paramétrico ou método da variação dos parâmetros, caracteriza-se pelo facto de cada uma das equações que formam o modelo funcional apenas conterem uma observação e estas terem um coeficiente unitário. Desta forma têm-se n observações e n equação, com u parâmetros (correcção às coordenadas) e uma redundância de $r=n-u$.

1.6.2 – Ajustamento da Intersecção Inversa

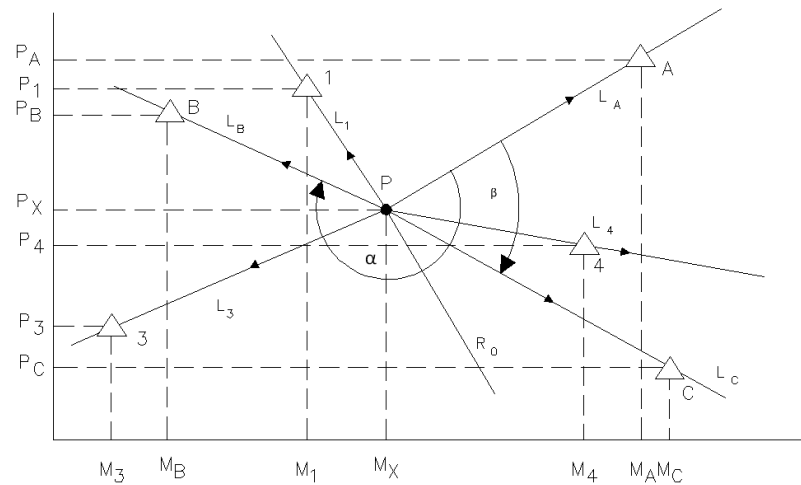


Figura 74 – Esquema da intersecção inversa

A figura mostra a posição dos pontos de coordenadas conhecidas em relação ao ponto P cujas coordenadas se pretende calcular pela intersecção inversa, para o caso particular de apenas 3 direcções, sem qualquer redundância.

Este método recorre à observação de direcções (desorientadas), pelo simples facto de simplificar a matriz peso, resultando esta numa matriz identidade, no pressuposto de as direcções terem sido feitas com igual precisão e observadas de forma independente.

Pelo facto das direcções serem desorientadas, com rumo desconhecido, obriga à introdução de uma variável no sistema, o rumo de orientação do giro, R_0 , perfazendo um total de 3 incógnitas, duas coordenadas e um rumo; ou 4, no caso de se incluir a altimetria no modelo funcional.

1.6.2.1 – Modelo funcional com altimetria

A solução inicial da intersecção inversa o cálculo da planimetria e da altimetria é resolvida, respectivamente, através do método de De Lambre e por nivelamento trigonométrico inverso.

A solução ajustada às observações resulta da resolução do sistema de equações lineares de observação que relaciona os parâmetros do sistema (coordenadas do ponto e rumo de orientação do giro) e as observações (direcções azimutais e zenitais).

Estabelecendo a seguinte relação de rumo nas direcções azimutais observadas:

$$R_{\overrightarrow{PA_i}} = R_i = R_0 + l_i \quad (1.6.16)$$

onde R_i é o rumo de cada direcção dado por:

$$R_i = \tan^{-1} \frac{M_i - M_P}{P_i - P_P} \quad (1.6.17)$$

e igualando as relações anteriores, obtemos a equação genérica de observação azimutal (designada por equação de condição):

$$l_i + R_0 - \tan^{-1} \frac{M_i - M_P}{P_i - P_P} = 0 |_{(i=1,n)} \quad (1.6.18)$$

A quando do cálculo, devemos reduzir o R_i ao quadrante correcto utilizando a seguinte análise:

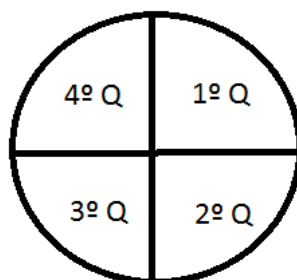


Figura 75 – Esquema dos quadrantes

- Rumo no 1º quadrante é igual a $\alpha (+\Delta M, +\Delta P)$;
- Rumo 2º quadrantes é igual a $200 - \alpha (+\Delta M, -\Delta P)$
- Rumo 3º quadrantes é igual a $200 + \alpha (-\Delta M, -\Delta P)$;
- Rumo 4º quadrantes é igual a $400 - \alpha (-\Delta M, +\Delta P)$.

Para o caso da equação de observação da componente altimétrica, esta pode ser estabelecida pela relação das direcções zenitais inversas, resultante da diferença entre as altitudes ortométricas (cotas) dos pontos visados e do ponto a coordenar

$$H_P = H_V - \Delta H$$

$$H_P = H_V - [d_i \cot Z + (h_i - h_a) + CNA] \quad (1.6.19)$$

Particularmente a altura do alvo será nula, $h_a = 0$, quando a pontaria é feita ao topo do marco.

O termo de correcção atmosférica, CNA (correcção de nível aparente), é dado por

$$CNA = - \left(d_i \left(\frac{(0.5 - 0.07)}{6374372} \right) \right) \quad (1.6.20)$$

com

0.5 – Índice de esfericidade

0.07 – Índice de refração

Resultando, finalmente, a equação genérica de observação zenital

$$d_i \cot Z = (H_V - H_P) - \Delta h - CNA \quad (1.6.21)$$

Logo, por inversão da função co-tangente,

$$Z = \cot^{-1} \left[\frac{(H_V - H_P) - h_i}{D_h} - \frac{CNA}{D_h} \right] \quad (1.6.22)$$

Por derivação desta expressão, obtém-se

$$dZ = \frac{\partial}{\partial H_P} \left[\frac{(H_V - H_P) - \varepsilon'}{D_h} \right] dH_P \quad (1.6.23)$$

Onde

$$\varepsilon' = h_i + \varepsilon$$

$$dZ^{(gr)} = \left[\frac{200 - Dh(\Delta H - \varepsilon')}{\pi D_h^2 (\Delta H^2 - 2\Delta H \varepsilon' + \varepsilon'^2)} \right] dH_P \quad (1.6.24)$$

e

$$\Delta H = H_V - H_P \quad (1.6.25)$$

Admitindo as equações genéricas de observação de direcções azimutais e direcções zenitais, definidas atrás, na forma

$$f_i(l_i, R_0, M_P, P_P, H_P, Z_P) = 0 \mid_{i=1, \dots, n} \quad (1.6.26)$$

formando um sistemas de equações genéricas

$$F(l_1, \dots, l_n, R_0, M_P, P_P, H_P, Z_P) = 0 \Leftrightarrow F(\hat{Z}) = 0 \quad (1.6.27)$$

Aplica-se a respectiva linearização e ordem aos parâmetros (coordenadas), segundo (1.6.6), onde os valores iniciais das coordenadas da estação é dado pelo método de De Lambre, e os restantes valores por:

$$Z_P^0 = d_i \cot Z_k + cota_K + CNA - \text{calculado para cada direcção e cota } K;$$

$$R_0^0 = \tan^{-1} \left(\frac{M_K - M_P^0}{P_K - P_P^0} \right) - l_K - \text{calculado para cada direcção e cota } K;$$

A matriz A (B em 1.6.9) do sistema (relativa aos parâmetros de R_0 , M, P e H) é a matriz das equações lineares, matriz que relaciona as observações com os parâmetros desconhecidos, que é construída da forma que se segue.

Para as (naz) leituras azimutais efectuadas, com $i = 1, \dots, \text{naz}$:

$$a(i,1) = 0 \quad \rightarrow \text{coeficiente do } R_0$$

$$a(i,2) = \frac{\Delta P}{dist} \quad \rightarrow \text{coeficiente do } M$$

$$a(i,3) = -\frac{\Delta M}{dist} \quad \rightarrow \text{coeficiente do } P$$

$$a(i,4) = 0 \quad \rightarrow \text{coeficiente da cota}$$

Para as (nz) leituras zenitais efectuadas, com $i = \text{naz}+1, \dots, \text{naz}+\text{nz}$:

$$a(\text{naz}+i,1) = 0 \quad \rightarrow \text{coeficiente do } R_0$$

$$a(\text{naz}+i,2) = 0 \quad \rightarrow \text{coeficiente do } M$$

$$a(\text{naz}+i,3) = 0 \quad \rightarrow \text{coeficiente do } P$$

$$a(\text{naz}+i,4) = \frac{dist}{(dist^2 + distcoor^2)} \quad \rightarrow \text{coeficiente da cota}$$

onde, $distcoor$ é a distância corrigida do efeito da refacção vertical e da curvatura da terra:

$$distcoor = dist - CNA$$

De acordo com (1.6.9), o sistema de equações lineares de direcção azimutal e direcção zenital, ficaria no seu formato matricial, na seguinte forma

$$\begin{bmatrix} 1 & a_1 & a_2 & 0 \\ 1 & b_1 & b_2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & x_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dR_0 \\ dM \\ dP \\ dH \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{ab} - (R_{ab}^0 + l_{ab}) \\ \vdots \\ Z^0 - Z_{ab} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (1.6.28)$$

A matriz W (segundo membro da expressão anterior), vector fecho do sistema de equações lineares, é o vector composto pela diferença residual entre o rumo calculado pelas coordenadas e o rumo calculado pela soma do R0 com a leitura azimutal, para o caso das equações de direcção azimutal:

$$w(i) = \tan^{-1} \left(\frac{M_i - M_P}{P_i - P_P} \right) - (R_0 + l_{az}) \quad (1.6.29)$$

e entre a distância zenital calculada (Z_p^0) e a distância zenital observada, para o caso das equações de direcção azimutal.

Como se considera para variância de referência á priori o valor da precisão dos ângulos azimutais (σ_{az}) e a precisão dos zenitais (σ_z) é relativamente menor, multiplicamos, por isso, esta precisão por 3, $\sigma_z = 3\sigma_{az}$.

A matriz peso vai ser ter o valor de 1 para as direcções azimutais e $\frac{\sigma_{az}^2}{\sigma_z^2}$ para as direcções zenitais, pelo facto de se considera a variância de referência é igual à variância das direcções azimutais.

Mais importante do que o valor do erro médio quadrático (e.m.q.) *a posteriori* global do ajustamento, interessa-nos o e.m.q. azimutal ($S0_{az}$) e zenital ($S0_z$), pois estes indicam-nos a precisão a posterior com que foram efectuadas as observações. Assim, o cálculo de e.m.q. $S0_{az}$ vai resultar da soma dos quadrados dos resíduos azimutais dividindo pelo número de graus de liberdade respectivo (subtracção do número de leituras azimutais pelo número de incógnitas, neste caso são três o R_0 , M e P):

$$s0_{az}^2 = \frac{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 + \dots}{nl_{az} - 3} \quad (1.6.30)$$

O cálculo do $S0_z$ vai ser idêntico ao anterior considerando apenas 1 incógnita (que neste caso é a cota do ponto):

$$s0_z^2 = \frac{\gamma_{naz+1}^2 + \gamma_{naz+2}^2 + \gamma_{naz+3}^2 + \dots}{nl_z - 1} \quad (1.6.31)$$

Assim, serão estimadas, *a posteriori*, as precisões das direcções azimutais e distâncias zenitais.

Este caso particular do modelo matemático de ajustamento com equações de observação, também designado por método de variação de parâmetros apresenta uma vantagem face ao caso particular do modelo de ajustamento com equações de condição. Essa vantagem é a presença das variâncias e co-variâncias das coordenadas (parâmetros) apenas neste modelo, pois estas encontram-se ausentes nesse modelo com equações de condição. Contudo, nesse caso, existe uma forma de deduzir a precisão das coordenadas resultantes, por aplicação da lei de propagação das variâncias e co-variâncias das observações partindo dos pontos de apoio e usando as coordenadas compensadas (Antunes, 1995).

1.6.2.1.2 – Teste de razão das variâncias do Az e do Z.

Tal como num ajustamento clássico, também pode-se estabelecer uma tolerância para aceitar um ajustamento. Este critério passa pela realização de um teste estatístico de hipótese que é feito à variância de referência, o teste da razão das variâncias.

Pretende-se testar se a variância *a posteriori* é estatisticamente igual ou diferente da variância a priori, i.e., se as condições de observação estão dentro da precisão prevista.

Para isso, podem-se realizar testes bilaterais ou testes unilaterais, isto é, pode-se testar a diferença estatística das variâncias de referência, *á priori* e *a posteriori*, nos dois sentidos (maior e menor ou individualmente em cada um dos sentidos).

Mais concretamente, podemos proceder aos seguintes testes:

$$\text{Bilateral} \rightarrow H_0 : s_0^2 = \sigma_0^2 \quad v \quad H_1 : s_0^2 < \sigma_0^2 \quad v \quad s_0^2 > \sigma_0^2$$

$$\text{Unilateral} \rightarrow H_0 : s_0^2 = \sigma_0^2 \quad v \quad H_1 : s_0^2 < \sigma_0^2$$

$$\text{Unilateral} \rightarrow H_0 : s_0^2 = \sigma_0^2 \quad v \quad H_1 : s_0^2 > \sigma_0^2$$

O teste pode ser feito quer usando a função de distribuição Fisher (F) quer pela função Qui-Quadrado, dado que a função de Fisher resulta da divisão de duas funções de Qui-Quadrado.

$$H_0 : s_0^2 = \sigma_0^2 \quad v \quad H_1 : s_0^2 > \sigma_0^2 \quad \text{rejeitar } H_0 \text{ se: } \frac{s_0^2}{\sigma_0^2} > F_{r,\infty,1-\alpha}$$

Nesse caso particular, da Intersecção Inversa pelo MMQ, optou-se por realizar dois testes da razão das variâncias em separado, o teste aplicado a variância das direcções azimutais e o teste da variância das direcções zenitais, pelo facto de matematicamente, a planimetria e a altimetria corresponderem a subsistemas independentes. Desta forma consegue-se fazer uma análise em separado da qualidade dos dois conjuntos de observações, até porque, na prática, e apesar de se usar o mesmo teodolito, são executadas, normalmente, as pontarias em separado (independentes) para se obter melhor precisão nas observações.

Existe uma certa relação de concordância entre o resultado da aplicação do método clássico das tolerâncias estabelecidas e os resultados deste teste. A sua parametrização (nível de significância do teste) deve depender dos aparelhos, da geometria e das condições de observação.

Foi construída uma matriz de valores, a introduzir nos dados do programa, com os factores de confiança a 95, 97.5 e 99% de confiança, para as configurações de 1 (4 direcções) a 6 graus de liberdade (9 direcções), a fim de proceder à avaliação do teste de hipótese da razão das variâncias. Este teste é feito quer para as direcções azimutais, quer para as direcções zenitais:

$$\begin{pmatrix} 95\% & 97.5\% & 99\% \\ 3,84 & 5,03 & 6,21 \\ 3 & 3,69 & 4,61 \\ 2,61 & 3,22 & 3,78 \\ 2,37 & 2,79 & 3,32 \\ 2,21 & 2,57 & 3,02 \\ 2,1 & 2,41 & 2,8 \end{pmatrix} \quad (1.6.32)$$

O valor das linhas corresponde, em ambos os casos, ao número de graus de liberdade do sistema, planimétrico (observações azimutais) ou altimétrico (observações zenitais).

1.6.2.2 – Explicação do funcionamento do programa

Agora fazendo a escolha do módulo de **Intersecção Inversa mmq** na janela do programa **Topografia**, aparece a seguinte janela para a introdução dos dados para o cálculo da Intersecção Inversa mmq (MMQ pelas Eq. de Observação).

Introdução dos dados para o cálculo da Intersecção Inversa pelos MMQ pelas Eq. de Observação 1.0

Abrir Limpar dados Grava Sair

Este programa executa os cálculos para as leituras em graus

Nome do a ponto calcular Altura do instrumento

Cálculo cota ☒ Coordenadas dos pontos utilizados no cálculo

Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 6
<input type="text" value="aaaaaaa"/>	<input type="text" value="bbbbbbbbbb"/>	<input type="text" value="ccccccccc"/>	<input type="text" value="v1111111"/>	<input type="text" value="v22222"/>	<input type="text" value="v3333333"/>
M - <input type="text" value="222401.680"/>	M - <input type="text" value="221988.510"/>	M - <input type="text" value="218452.430"/>	M - <input type="text" value="225265.96"/>	M - <input type="text" value="222346.70"/>	M - <input type="text" value="218758.75"/>
P - <input type="text" value="118076.430"/>	P - <input type="text" value="128386.820"/>	P - <input type="text" value="123120.810"/>	P - <input type="text" value="120423.54"/>	P - <input type="text" value="118131.00"/>	P - <input type="text" value="117920.95"/>
C - <input type="text" value="230.36"/>	C - <input type="text" value="172.87"/>	C - <input type="text" value="199.48"/>	C - <input type="text" value="230.36"/>	C - <input type="text" value="255.72"/>	C - <input type="text" value="223.20"/>

Leituras feitas em graus para os pontos utilizados no cálculo (assinalar as que vão ser utilizadas no cálculo)

Ia - <input type="text" value="140.9730"/> <input checked="" type="checkbox"/>	Ia - <input type="text" value="395.628"/> <input checked="" type="checkbox"/>	Ia - <input type="text" value="302.6783"/> <input checked="" type="checkbox"/>	Ia - <input type="text" value="96.9256"/> <input checked="" type="checkbox"/>	Ia - <input type="text" value="141.2363"/> <input checked="" type="checkbox"/>	Ia - <input type="text" value="190.0049"/> <input checked="" type="checkbox"/>
Iz - <input type="text" value="99.5955"/> <input checked="" type="checkbox"/>	Iz - <input type="text" value="100.2654"/> <input checked="" type="checkbox"/>	Iz - <input type="text" value="99.8866"/> <input checked="" type="checkbox"/>	Iz - <input type="text" value="99.6485"/> <input checked="" type="checkbox"/>	Iz - <input type="text" value="99.2612"/> <input checked="" type="checkbox"/>	Iz - <input type="text" value="99.6545"/> <input checked="" type="checkbox"/>

Precisão dos ângulos Azimutais (cc) Precisão dos ângulos Zenitais (cc) Número de pontos **Calcular Inversa**

Figura 76 - Janela inicial do cálculo do da Intersecção Inversa pelo MMQ.

Nesta janela podemos abrir ficheiros ou introduzir os dados para efectuar o cálculo. O método para o cálculo das coordenadas iniciais foi explicado no Capítulo 3.2. Executando a função **Calcular Inversa**, através do respectivo bota de comando aparece a janela que é mostrada na Figura 77 e é gravado o ficheiro de dados e outro com os resultados.

Resultados Inversa Pelos MMQ						
Fechar-janela						
O cálculo foi efectuado em - 12-08-2010						
Pontos utilizados nos mmq para o cálculo das coordenadas da inversa :						
Ponto	M (m)	P (m)	Cota (m)	Laz (gr)	Lz (gr)	Rumo (gr)
aaaaaaa	222401,660	118076,430	230,36	140,9730	99,5955	166,7834
bbbbbbbbb	221988,510	128386,820	172,87	395,6280	100,2654	21,4384
ccccccccc	218452,430	123120,810	199,48	302,6783	99,8866	328,4887
v1111111	225265,960	120423,540	120423,54	96,9256	99,6485	122,7368
v22222	222346,700	118131,000	118131,00	141,2363	99,2612	167,0469
v3333333	218758,750	117920,950	117920,95	190,0049	99,6545	215,8166

Ponto	M (m)	P (m)	C (m)	R0 (gr)
iiiiiii	219901,424	122425,323	192,70	25,8107
EMQ	0,034	0,025	0,043	0,0003

Resíduos	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 6
Azimutais (gr)	-0,0006	0,0000	-0,0001	0,0005	-0,0004	0,0006
zenitais (gr)	-0,0035	0,0001	0,0021	-0,0002	-0,0027	-0,0002
Planimétricos (m)	-0,044	0,001	-0,002	0,044	-0,033	0,042
Altimétricos (m)	-0,279	0,006	0,054	-0,020	-0,212	-0,016

S0	S0 Az	S0 Z
0,0007	0,0006	0,0022

Var. Fisher	Teste estatístico Az	Ref. Fisher
1,44	passa a 95 %	2,61

Var. Fisher	Teste estatístico Z	Ref. Fisher
2,20	Passa a 95 %	2,21

Iterações realizadas - 2

Figura 77 - Janela com o resultado dos cálculos e do teste estatístico.

1.6.3 – Análise dos Resultados

Para a validação deste módulo do programa vamos continuar a analisar o trabalho introduzido no capítulo da Intersecção inversa e continuar a utilizar o 3º giro. Tendo-se obtendo os seguintes valores pelo método dos MMQ, que são idênticos aos calculados pelos dos coeficientes de direcção. Este giro não passa no teste estatístico, porque o 1º ponto tem resíduos muito elevados e devia ser retirado do cálculo, mas para fazer a comparação dos resultados com os obtidos pela folha de cálculo, este não pode ser retirado.

Resultados Inversa Pelos MMQ						
Fechar-janela						
O cálculo foi efectuado em - 13-11-2011						
Pontos utilizados nos mmq para o cálculo das coordenadas da inversa :						
Ponto	M (m)	P (m)	Cota (m)	Laz (gr)	Lz (gr)	Rumo (gr)
Saúde 1ª	222401,660	118076,430	230,36	140,9730	99,2921	366,7833
Golfo	221988,510	128386,820	172,87	395,6284	100,2634	221,4387
Atouguia	218452,430	123120,810	199,48	302,6783	99,8806	128,4886
Carocha	225265,960	120423,540	120423,54	96,9246	99,6461	122,7369
Moinho 1ª	222346,700	118130,540	118130,54	141,2473	99,2600	167,0496
Cântaros	218758,750	117920,950	117920,95	190,0049	99,6545	215,8163

Ponto	M (m)	P (m)	C (m)	R0 (gr)
3º Giro	219901,514	122425,317	193,12	25,8097
EMQ	1,665	1,229	2,121	0,0150

Resíduos	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 6
Azimutais (gr)	0,0014	-0,0002	-0,0004	0,0028	-0,0065	0,0028
zenitais (gr)	0,2770	-0,0161	-0,0631	-0,0178	-0,0246	-0,0248
Planimétricos (m)	0,113	-0,021	-0,009	0,253	-0,504	0,207
Altimétricos (m)	21,829	-1,593	-1,592	-1,603	-1,913	-1,814

S0	S0 Az	S0 Z
0,034	0,0045	0,0428

Var. Fisher	Teste estatístico Plani.	Ref. Fisher
80,42	Não passa a 99 %	3,78

Var. Fisher	Teste estatístico Alt.	Ref. Fisher
815,04	Não passa a 99 %	3,02

Iterações realizadas - 2

Figura 78 - Janela com o resultado dos cálculos e do teste estatístico do teste.

Para ajustar os ângulos azimutais observados primeiro temos de compensar as distâncias observadas, utilizando a seguinte equação de observação:

$$D_{EV} + v_{EV} = \sqrt{(M_V - M_E)^2 + (P_V - P_E)^2} \quad (1.6.33)$$

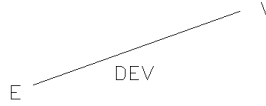


Figura 81 – Esquema da distância

Partindo da seguinte relação paramétrica definida entre a função de distância ($F(x)$), dada pela raiz quadrada da soma dos quadrados da diferença das coordenadas, com a observação realizada e eivada de erros aleatórios

$$F(x) = l_{EV} + v_{EV} \quad (1.6.34)$$

assumindo o desenvolvimento em série de Taylor dessa função

$$F(x) = F(x_0) + \frac{\partial F}{\partial M_E} dM_E + \frac{\partial F}{\partial P_E} dP_E + \frac{\partial F}{\partial M_V} dM_V + \frac{\partial F}{\partial P_V} dP_V \quad (1.6.35)$$

e considerando as seguintes relações que definem as várias variáveis aleatórias do sistema

$$\begin{aligned} \hat{M}_E &= M_{E0} + d_{M_E} & \hat{M}_V &= M_{V0} + d_{M_V} & \hat{D}_{EV} &= D_{EV0} + v_{EV} \\ \hat{P}_E &= P_{E0} + d_{P_E} & \hat{P}_V &= P_{V0} + d_{P_V} \end{aligned} \quad (1.6.36)$$

bem como, as expressões das derivadas parciais da função, em ordem aos parâmetros (coordenadas dos pontos estacionado e visado)

$$\frac{\partial F}{\partial M_E} = \frac{M_E - M_V}{D_{EV}} \quad \frac{\partial F}{\partial P_E} = \frac{P_E - P_V}{D_{EV}} \quad (1.6.37)$$

$$\frac{\partial F}{\partial M_V} = \frac{M_V - M_E}{D_{EV}} \quad \frac{\partial F}{\partial P_V} = \frac{P_V - P_E}{D_{EV}} \quad (1.6.38)$$

podemos então formular a expressão da equação da distância cartográfica linearizada

$$\begin{aligned} & \frac{M_{E0} - M_{V0}}{D_{EV0}} d_{M_E} + \frac{P_{E0} - P_{V0}}{D_{EV0}} d_{P_E} + \frac{M_{V0} - M_{E0}}{D_{EV0}} d_{M_V} + \frac{P_{V0} - P_{E0}}{D_{EV0}} d_{P_V} = \\ & = \boxed{(D_{EV} - D_{EV0}) + v_{EV}} \end{aligned} \quad (1.6.39)$$

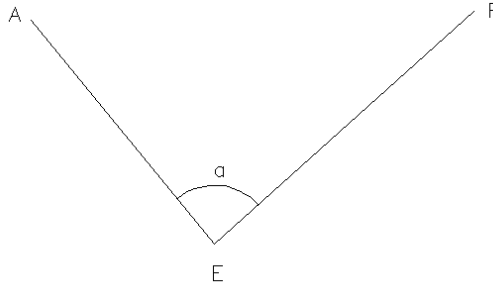


Figura 82 – Esquema dos ângulos azimutais numa Poligonal

Os ângulos azimutais são calculados pela diferença entre as leituras angulares azimutais, logo esta diferença será igual á diferença de rumos das direcções correspondentes

$$\begin{aligned} \alpha_{AEF} + \gamma_{AEF} &= Az_{EA} - Az_{EF} = \\ &= \tan^{-1} \left(\frac{M_A - M_E}{P_A - M_E} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{M_F - M_E}{P_F - M_E} \right) \end{aligned} \quad (1.6.40)$$

Os rumos calculados com base nas coordenadas iniciais dos pontos da poligonal, devem ser ajustados ao quadrante correcto, de acordo com as condições já apresentadas no capítulo anterior.

Novamente, pegando na função de ângulo azimutal, dada pela diferença de duas função de arco-tangente, e assumindo o seu desenvolvimento em série de Taylor

$$F(x) = F(x_0) + \frac{\partial F}{\partial M_A} dM_A + \frac{\partial F}{\partial P_A} dP_A + \frac{\partial F}{\partial M_E} dM_E + \frac{\partial F}{\partial P_E} dP_E + \frac{\partial F}{\partial M_F} dM_F + \frac{\partial F}{\partial P_F} dP_F$$

Considerando, de igual modo, a definição das variáveis aleatórias do sistema

$$\widehat{M}_A = M_{A0} + d_{M_A} \quad (.....)$$

$$\widehat{P}_A = P_{A0} + d_{P_A} \quad (.....)$$

Bem como, as respectivas derivadas parciais que constituirão a matriz jacobiana do sistema de equações lineares, para o primeiro ponto da poligonal

$$\frac{\partial F}{\partial M_A} = \frac{P_E - P_A}{D_{EA}^2} \quad \frac{\partial F}{\partial P_A} = \frac{M_E - M_A}{D_{EA}^2} \quad (1.6.41)$$

Para os pontos intermédios da poligonal

$$\frac{\partial F}{\partial M_E} = \frac{P_A - P_E}{D_{EA}^2} - \frac{P_F - P_E}{D_{EF}^2} \quad \frac{\partial F}{\partial P_E} = \frac{M_E - M_A}{D_{EA}^2} - \frac{M_E - M_F}{D_{EF}^2} \quad (1.6.42)$$

E para o ponto final da poligonal

$$\frac{\partial F}{\partial M_F} = \frac{P_E - P_F}{D_{EF}^2} \quad \frac{\partial F}{\partial P_F} = \frac{M_E - M_F}{D_{EF}^2} \quad (1.6.43)$$

Obtém-se a respectiva expressão genérica da equação linear das observações dos ângulos azimutais

$$\begin{aligned} & \frac{P_{E0} - P_{A0}}{D_{EA0}^2} d_{M_A} + \frac{M_{A0} - M_{E0}}{D_{EA0}^2} d_{P_A} + \quad (\dots) \quad + \frac{P_{F0} - P_{E0}}{D_{EF0}^2} d_{M_F} + \frac{M_{E0} - M_{F0}}{D_{EF0}^2} d_{P_V} = \\ & = \boxed{(\hat{a}_{AEF} - a_{AEF}) - v_{EV}} \end{aligned} \quad (1.6.44)$$

Ao contrário da abordagem convencional, em que na componente altimétrica da poligonal é considerado o desnível como observação, aqui foi considerado directamente a própria distância zenital como observação a ajustar, definida analiticamente pela função arco-cotagente, pelo facto de se considerar a distância horizontal em vez da distância inclinada. Por essa razão e por razões de simplificação do modelo matemático, desprezam-se o facto de distância ser ela também uma variável aleatória no conjunto de observações. Desse modo, a distância entra na respectiva equação de observação como mero parâmetro constante, assumindo-se sempre em cada iteração do processo de ajustamento pelo MMQ, para efeito de cálculo dos coeficientes, o valor da distância ajustada.

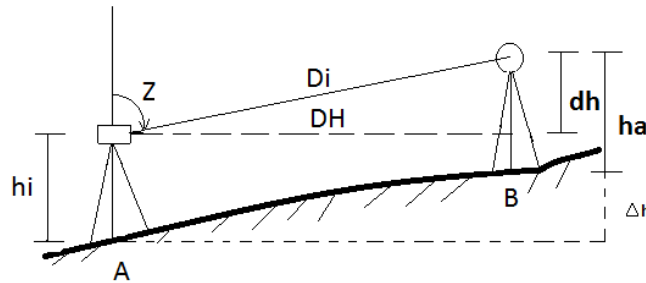


Figura 83 – Esquema da medição da distância zenital.

Para efectuar o cálculo da altimetria temos de ajustar as observações zenitais partindo da seguinte relação de desnível:

$$\Delta h = h_B - h_A \quad (1.6.45)$$

$$\Delta h = dh + (h_i - h_a) = dh + io \quad (1.6.46)$$

$$\Delta h = di * \cos Z + io \quad (1.6.47)$$

$$\Delta h = DH * \cot Z + io \quad (1.6.48)$$

Onde io corresponde ao termo correctivo da diferença das alturas instrumentais (instrumento menos alvo). O desnível calculado (Δh) tem de ser corrigir da curvatura da Terra e do efeito de refração atmosférica, a está correcção chama-se de correcção de nível aparente e é calculada pela seguinte fórmula:

$$Cna = D^2 * -\left(\frac{0.5-0.07}{6374372}\right) = D^2 * 6.74576 e^{-8} \quad (1.6.49)$$

Logo, aplicando esta correcção de nível ao Δh obtém-se a seguinte formula de desnível corrigido:

$$\Delta h = h_B - h_A = DH * \cot Z + io + Cna \quad (1.6.50)$$

$$\text{Fazendo } \varepsilon' = io + Cna = (h_i - h_a) + D^2 * 6.74576 e^{-8} \quad (1.6.51)$$

Resulta na seguinte relação:

$$DH \cot Z = (h_i - h_a) - io + Cna = \Delta h + \varepsilon' \quad (1.6.52)$$

Utilizando a distância horizontal (DH) obtemos a seguinte fórmula como equação de observação de distância zenital, para serem usadas no MMQ (estas foram corresponde ás que foram usadas no programa).

$$\boxed{Z = \cot^{-1} \left(\frac{\Delta h - \varepsilon'}{DH} \right)} \quad (1.6.53)$$

Assumindo que a função Z, dada pela expressão anterior, depende unicamente das variáveis aleatórias correspondentes às altitudes ortométricas dos pontos estacionado e visado, obtém-se a expressão do respectivo diferencial

$$dZ = \frac{\partial Z}{\partial H_A} \partial H_A + \frac{\partial Z}{\partial H_B} \partial H_B \quad (1.6.54)$$

Para o qual podemos resolver a derivação

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z}{\partial H_A} &= -\frac{\partial}{\partial H_A} \left(\frac{(h_B - h_A) - \varepsilon'}{DH} \right) * \frac{1}{1 + \left(\frac{\Delta h - \varepsilon'}{DH} \right)^2} = -\frac{DH}{DH^2} - \frac{1}{\frac{DH^2 - (\Delta h - \varepsilon')^2}{DH^2}} = \\ &= \frac{\frac{1}{DH}}{\frac{DH^2 - (\Delta h - \varepsilon')^2}{DH^2}} \end{aligned} \quad (1.6.55)$$

Obtendo as expressões finais das derivadas, correspondentes as coeficientes da equação de observação da distância zenital definida com base na distancia horizontal (DH)

$$\boxed{\frac{\partial Z}{\partial H_A} = \frac{DH}{DH^2 - (\Delta h - \varepsilon')^2}} \quad (1.6.56)$$

$$\boxed{\frac{\partial Z}{\partial H_B} = -\frac{DH}{DH^2 - (\Delta h - \varepsilon')^2}} \quad (1.6.57)$$

caso se utilize a distância inclinada (Di) para definir a equação da distância zenital, obtemos as seguintes fórmulas para serem utilizadas no MMQ.

Com $D_i \cdot \cos Z = \Delta h - \varepsilon' \Rightarrow$ fica

$$Z = \cos^{-1} \left(\frac{\Delta h - \varepsilon'}{D_i} \right)$$

e finalmente

$$\frac{\partial Z}{\partial H_A} = \frac{\frac{1}{D_i}}{\sqrt{\frac{D_i^2 - (\Delta h - \varepsilon')^2}{D_i^2}}} = \frac{1}{\sqrt{D_i^2 - (\Delta h - \varepsilon')^2}} \quad (1.6.58)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial H_B} = -\frac{1}{\sqrt{D_i^2 - (\Delta h - \varepsilon')^2}} \quad (1.6.59)$$

A matriz A, matriz jacobiana das funções de observação, é a matriz dos coeficientes dos parâmetros das equações lineares (matriz que relaciona as observações com os parâmetros desconhecidos) e é, em termos simples, construída da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ b_{n+1,1} & b_{n+1,2} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & c_{2n+1,3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & c_{5n-4,3n-6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dM_1 \\ dP_1 \\ dH_1 \\ \vdots \\ dM_{n-2} \\ dP_{n-2} \\ dH_{n-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha'_0 - \alpha_0 \\ \vdots \\ D'_1 - D_1 \\ \vdots \\ Z'_1 - Z_1 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (1.6.60)$$

Os coeficiente, representados na matriz dos coeficientes lineares e (1.6.58), a, b e c são definidos pelas derivadas das expressões (1.6.38) a (1.6.40), para as equações dos ângulos, (1.6.36) e (1.6.37) para as equações das distâncias, e (1.6.54) e (1.6.55) para as equações de distância zenital.

A construção da matriz W, vector fecho, é o vector de constantes (formada pela diferença dos valores calculados com os valores observados), cujo índice é composto a partir do número de estações. Sendo este vector dividido em 3 blocos, tal como a matriz A, primeiro, o bloco das “N” observações de ângulos azimutais, depois o bloco das “2(N-1)” distâncias (frente e atrás), e finalmente bloco de “2(N-1)” distâncias zenitais.

Como se considera para variância de referência *a priori* o valor de precisão angular do instrumento, i.e., a precisão dos ângulos azimutais (σ_{az}), a precisão das distâncias zenitais (σ_z) é menor, assumindo a respectivo desvio padrão 3 vezes superior a σ_{az} , e para as distâncias temos de introduzir os dados da precisão do EDM, i.e., a constante mm (em milímetros) e um factor de escala em ppm (partes por milhão).

A matriz peso, assumindo a independência das observações, será uma matriz diagonal, onde o peso dos ângulos azimutes será 0.5 (resulta do facto de se considerar peso um para uma direcção azimutal simples), das distâncias zenitais definido por $\frac{\sigma_{az}^2}{\sigma_z^2}$ e das distâncias definido por $\frac{\sigma_{az}^2}{(mm^{-6} + (ppm * dist.)^2)}$.

O e.m.q. de referência das observações, S_0 , resulta da soma dos quadrados dos resíduos dos ângulos azimutais, das distâncias e das distâncias zenitais, dividindo pelo número de graus de liberdade do sistema de equações lineares, dado pela diferença entre o número de observações ($N + 2N - 2 + 2N - 2 = 5N - 4$) e o número de coordenadas incógnitas ($3N$). A respectiva variância *a posteriori* é então dada por:

$$S_0^2 = \frac{res_1^2 + res_2^2 + res_3^2 + \dots}{num_{obs} - 3num_{est}} \quad (1.6.61)$$

1.6.4.1.1 – Teste de razão das variâncias de referência.

Procedendo-se da mesma forma, como na Intersecção Inversa, agora apenas à variância de referência global de ajustamento, para analisar a qualidade da solução de MMQ, recorrendo ao teste de hipótese da razão das variâncias, que pode ser feito quer segundo a função de distribuição Fisher (F) ou de Qui-Quadrado. Com a condição do teste de hipótese, rejeitando-se a hipótese nula se se verificar a condição de desigualdade indicada.

$$H_0 : s_0^2 = \sigma_0^2 \quad v \quad H_1 : s_0^2 > \sigma_0^2 \quad \text{rejeitar se: } \frac{s_0^2}{\sigma_0^2} > F_{r, \infty, 1-\alpha}$$

Existe uma relação estreita entre o resultado das tolerâncias estabelecidas anteriormente e os resultados deste teste. A sua parametrização deve depender dos aparelhos, da geometria e das condições de observação.

Foi construída uma matriz para fazer a comparação entre o resultado da divisão para verificar se a poligonal era aceite, este teste é feito para o azimute, no programa a matriz que foi colocada vai até uma poligonal com 14 pontos:

$$\left(\begin{array}{ccc} 95\% & 97,5\% & 99\% \\ 1.94 & 1.83 & 1.78 \\ 2.19 & 2.05 & 1.98 \\ 2.51 & 3.22 & 2.23 \\ \\ 1.36 & 1.37 & 1.44 \end{array} \right) \quad (1.6.62)$$

1.6.4.2 – Explicação do funcionamento do programa e análise dos resultados

Agora fazendo a escolha da opção **Poligonal (MMQ pelas Eq. de Observação)** na janela do **Programa Topografia**, surge destacada a próxima janela que é usada para a introdução dos dados da poligonal que se pretende calcular. Nela, pode-se importar os dados de um ficheiro previamente guardado ou introduzir manualmente os respectivos dados da poligonal, que depois são armazenados em ficheiro próprio após se efectuar o cálculo através do respectivo botão de comando **Calcular**. Os resultados surgem numa janela distinta, os quais são também, de forma automática, armazenados num ficheiro de resultados.

Introdução dos dados da Poligonal pelos MMQ pelas Eq. de Observação

Abriu Introduzir dados Grava Sair

Nome da Poligonal - BEJA Numero de estações - 6

Ponto do início: M - -88889.875 P - -100643.582 Cota - 78.305

Ponto de orientação inicial: Mi - -88841.975 Pi - -100752.305

Nome - P01 Cota - 78.305 Nome - P02 Cota - 286.2214

Num. leit.	Estação	P. vis.	Leit. Az	Alt. inst.	Alt. Visada	Dist. Incl.	Leit. Z
1	P01	P13	119.1264	1.410	1.633	54.520	99.4982
2	P13	P01	70.5942	1.626	1.411	54.516	100.4947
3	P13	P14	29.5162	1.626	1.466	92.971	100.1372
4	P14	P13	189.0314	1.464	1.620	92.970	99.8683
5	P14	P15	390.9478	1.464	1.471	138.688	100.3172
6	P15	P14	290.8994	1.457	1.468	138.690	99.6776
7	P15	P16	232.9112	1.457	1.558	57.088	99.8675

Ponto do fim: M - -88841.975 P - -100752.305 Cota - 76.948

Ponto de orientação final: Mi - -88889.875 Pi - -100643.582

Nome - P02 Cota - 76.948 Nome - P01 Cota - 26.0368

Precisão das Observações (angulares e distâncias)

Dir. Azimutal (cc) 5 P (mm) 3

Dir. Zenital (cc) 15 Q (mm) 5

Redução ao Plano Cartográfico ☒ Calcular

Figura 84 - Janela inicial do cálculo do poligonal pelos MMQ

Resultados do cálculo das coordenadas dos vértices da Poligonal pelos mmq

Fechar-Janela

O modelo matemático usado nos cálculos das coordenadas iniciais é o clássico - Poligonal reduzida ao plano cartográfico

Estação	P. vis.	Ang. Az ajst.	Res. Az (cc)	Dist. inc. ajst.	Res. Dist. (mm)	Ang. Z ajst.	Res. Z (cc)	M (m)	P (m)	Cota (m)	Sigma M	Sigma P	Sigma Cota	Rumo ajst.
P01	P02													
P01	P13	232.9052	1.98	54.516	-3.8	99.4974	-8.24	-88889.875	-100643.582	78.305				6.4841
P13	P01	54.516		54.516	0.2	100.4938	-9.46							
P13	P14	358.9221	1.49	92.971	0.4	100.1363	-8.74	-88884.332	-100589.348	78.513	0.0004	0.0009	0.0007	165.4069
P14	P13			92.971	1.4	99.8672	-10.82							
P14	P15	201.9164	0.22	138.689	1.4	100.3164	-7.75	-88836.258	-100668.935	78.474	0.0005	0.0005	0.0011	167.3243
P15	P14			138.689	-0.6	99.6765	-10.86							
P15	P16	342.0017	-0.85	57.091	2.7	99.8663	-11.84	-88768.152	-100789.764	77.779	0.0012	0.0011	0.0008	309.3250
P16	P02	256.4886	0.02	33.902	-0.8	101.5733	-13.12							
P16	P02			33.902	0.0	98.4412	-9.72	-88824.636	-100781.431	77.798	0.0011	0.0025	0.0004	365.8151
P02	P16			33.912										

EMQ á Prior 5.00 EMQ á Posterior 3.76

Var. Fisher 0.57 Teste estatístico Pla. passa a 95 % Ref. Fisher 1.73

Iterações realizadas - 1

Valor das coordenadas finais (tol. 0.01)

Resul.	Mi	Pi	total
São iguais	-88841.975	-100752.305	76.948
Resul. dif.	0.000	0.000	0.000

Figura 85 - Janela com o resultado dos cálculos e do teste estatístico

1.6.4.3 – Análise dos resultados

Vamos analisar as diferenças encontradas entre os valores calculados com a compensação clássica e a dos MMQ, que procura o melhor ajustamento para um conjunto de dados minimizando a soma dos quadrados das diferenças entre os valores estimados e os observados.

Tabela 6 – Diferenças entre coordenadas calculadas

Ponto	Coord. Clássico (1)			Coord. MMQ (2)			Diferença abs(1-2)		
	M	P	Cota	M	P	Cota	M	P	Cota
P01	-88889,88	-100643,582	78,305	-	-	78,305	0,000	0,000	0,000
P13	-88884,330	-100589,344	78,513	-	-	78,513	0,002	0,004	0,000
P14	-88836,257	-100668,932	78,476	-	-	78,474	0,001	0,003	0,002
P15	-88768,149	-100789,760	77,781	-	-	77,779	0,003	0,004	0,002
P16	-88824,633	-100781,428	77,797	-	-	77,798	0,003	0,003	0,001
P02	-88841,974	-100752,305	76,948	-	-	76,948	0,001	0,000	0,000

Como se poder ver ter uma diferença no entre as coordenadas do ajustamento é milimétrica (que não tem significado), a seguir podemos avaliar os sigmas das coordenadas ajustadas, que indicam a qualidade das mesmas.

Tabela 7 – Tabela de sigmas das coordenadas da poligonal

Ponto	sig.M	sig.P	sig.Cota
P01			
P13	0,0004	0,0009	0,0007
P14	0,0005	0,0005	0,0011
P15	0,0012	0,0011	0,0008
P16	0,0011	0,0025	0,0004
P02			

Discussão e Conclusão

O objectivo desta dissertação de programar uma série de programas para efectuar os cálculos que usualmente são executados na área de Engenharia Geográfica o que foi conseguido com algum sucesso.

Para realizar este trabalho teve-se que fazer uma grande pesquisa para ganhar os conhecimentos necessários para executá-la, esta pesquisa feita para:

- Para adquirir os conhecimentos da lógica de programação que é necessários para a sua realização, visto que o autor teve uma grande perda de conhecimentos devido a um acidente rodoviário que teve, o que o obrigou a voltar a aprender a lógica de programação;
- Aprender a trabalhar com uma linguagem orientada por objectos, que não era uma linguagem usada por este, visto que as linguagens anteriores que aprendeu foram linguagens hierárquicas, que usam uma lógica diferente da linguagem utilizada;
- Para arranjar problemas resolvidos para a execução dos programas, para verificar se estes estavam a ser bem programados e se funcionavam bem, os exemplos utilizados foram os apontamentos das cadeiras da licenciatura e Mestrado de Eng^a. Geográfica, os trabalhos e os apontamentos do bacharel em Eng^a topográfica e alguns exemplos retirados de livros.

Discussão e análise das limitações e resultados dos programas

- O programa de topografia está a trabalhar correctamente com o exemplo arranjados para testar os métodos topográfico, este programa não abre ficheiros de instrumentos que pode ser adicionado mais tarde, a grande novidade neste programa foi a introdução da resolução dos método da intersecção inversa e da poligonal pelos MMQ utilizando as equações de observação, que tem a possibilidade de avaliar a precisão das observações e das coordenadas de forma mais correcta, bem com, a possibilidade de realizar mais testes estatísticos sobre a fiabilidade de resultados.

Referências Bibliográficas

Capítulo 1

Antunes, Carlos (1995) Levantamentos topográfico, FCUL, Lisboa
Rodrigues, João (2008) Ajustamento de observações, FCUL, Lisboa
Mendes, Vergílio (2005) Métodos de ajustamento e análise, FCUL, Lisboa
Costa Fonte, Cidália (2005) Texto de Apoio de Topografia, FCTUC, Coimbra
Fonseca Costa, Álvaro (1980) I.G.C Cadernos Técnicos e de Informação, nº 43, IPCC, Lisboa
Gonçalves J. A., Madeira S., Sousa J. João (2008) Topografia conceitos e aplicações, LIDEL, Lisboa
I.G.E.C (1990) Manual do topógrafo auxiliar, Serviços cartográficos de exército
Sousa Cruz, João J, Redweik, P. Maria (2003) Manual do engenheiro topógrafo, volume I, PF Lisboa, Lisboa
Sousa Cruz João J. (1998) Textos de apoio de topografia, IPB, Beja
Santos Barata (1987) Lições de Topografia, Editorial Estmapa, Lisboa
Font, Cidália (1994) Ajustamento de observações utilizando o método dos mínimos quadrados, Universidade de Coimbra, Cascais

Imagens e tabelas

Imagens:

Estação excêntrica

Manual do engenheiro topógrafo volume I – 1, 2, 3, 4, 5, 6

Intersecção inversa

Manual do topógrafo auxiliar – 10,11,13

I.G.C Cadernos Técnicos e de Informação nº 43 – 14, 15

Intersecção directa

Manual do engenheiro topógrafo volume I – 18, 19, 20

Poligonal

Levantamentos topográficos – FCUL – 23, 24,25,26

Textos de apoio de topografia – IPB – 27, 34

Manual do engenheiro topógrafo volume I – 32, 33

Topografia conceitos e aplicações – 28, 29, 30, 31

Nivelamento geométrico

Topografia conceitos e aplicações – 28, 29, 30, 31, 39, 40

Manual do topógrafo auxiliar – 34, 35, 36, 37, 38

Mínimos quadrados

Métodos de ajustamento e análise – 66

Anexo

Desseguida vai ser mostrada a configuração dos ficheiros abertos no módulo de topografia segundo o método topográfico escolhido.

A configuração do ficheiro de dados do método da **excêntrica** é o seguinte:

- Sem ponto de orientação.

```
Tipo - ex
A - xpto
MA -224195,920
PA -126117,490
laza -306,6748

C - 1 giro
MC - 222346,7
PC - 118130,54
CC -0,00
lazC - 196,2844

p - nome do ponto para ser calculado - Epac
Alt. inst - 1,6
av - 1,09
d - 25,04

Ponto utilizado para orientação do giro - 0
```

Figura 95 - Dados da Excêntrica sem ponto de orientação

- Com ponto de orientação.

```

Tipo - ex
A - xpto
MA -224195,920
PA -126117,490
laza -306,6748

C - 1 giro
MC - 222346,7
PC - 118130,54
CC - 250,32
lazC - 196,2844

p - nome do ponto para ser calculado -          Epac

Alt. inst - 1,6
av - 1,09
d - 25,04

Ponto utilizado para orientação do giro - 1

V - ponto v1
MV - 225265,96
PV -120423,540
lazV -349,7031

```

Figura 96 - Dados da Excêntrica com ponto de orientação

A configuração do ficheiro de resultados do método da **excêntrica** é o seguinte:

- Sem ponto de verificação

```

Tipo - id
p - nome do ponto para ser calculado - livro
alt - altura do sinal - 40,33
numero de pontos utilizados na verificação - 0
Formato do ficheiro - nome do ponto ; M ; P ; cota ; Rumo ; leitura AZ ; leitura Z

arripiado;177882,420;275840,500;142,10;46,4081;0,0000;100,8800
base aérea;178258,640;278195,500;76,93;129,7798;129,7790;98,4335

```

Figura 97 - Dados de Excêntrica sem ponto de verificação

- Com ponto de verificação

```
Tipo - id
p - nome do ponto para ser calculado - Epac
alt - altura do sinal - 12
numero de pontos utilizados na verificação - 1
Formato do ficheiro - nome do ponto ; M ; P ; cota ; Rumo ; leitura AZ ; leitura Z

2 giro;223326,230;117965,940;246,85;360,4560;39,4309;93,8360
1 giro;222357,350;118127,590;251,46;76,2208;290,5060;96,0268
3 giro;219901,510;122425,320;196,41;158,0870;132,2770;98,7808
```

Figura 98 - Dados de Excêntrica com ponto de verificação

A configuração do ficheiro de dados e de resultados do método da **Intersecção Inversa** é o seguinte:

- Método da Inversa calculado pelo MÉTODO DA DELAMBRE e utilizando a compensação pelo circula das direcções que é uma aplicação dos MMQ:

- Dados

```
Tipo - ii
nome do ponto calculado - iiii
Alt. inst - 3,8
Pontos utilizados para verificação - 3
A ordem dos pontos é a seguinte - os primeiros 3 pontos são o A, B, e C e os restantes são os pontos de verificação
Formato do ficheiro - nome do ponto ; M ; P ; cota ; leitura AZ ; leitura Z

aaaaaaa;222401,660;118076,430;230,36;140,9730;99,2921
bbbbbbbbbbb;221988,510;128386,820;172,87;395,6280;100,2634
ccccccccccc;218452,430;123120,810;199,48;302,6783;99,8806
v1111111;225265,960;120423,540;230,36;96,9246;99,6461
v2222222;222346,700;118131,000;255,72;141,2473;99,2612
v33333333;218758,750;117920,950;223,20;190,0049;99,6545
```

Figura 99 - Ficheiro de dados do método da II

○ Resultados

```

As coordenada e distâncias estão em metros e os rumos em grados
O cálculo foi efectuado em - 09-08-2011
O segundo par de coordenadas (Mp2 e Pe2) é calculadas pelo o método dos coeficientes de direcção

Pontos utilizados para a resolução da inversa (A, B e C):
Nome dos pontos usados no cálculo
A ( aaaaaaa)- Ma = 222401,660 Pa = 118076,430 Ca = 230,36 laza =140,9730 lza = 99,2921 RA = 166,7834
B ( bbbbbbbbbbb)- MB = 221988,510 PB = 128386,820 CB = 172,870 lazB = 395,6280 lzb = 100,2634 RB = 21,4384
C ( cccccccccc)- MC = 218452,430 PC = 123120,810 CC = 199,48 lazC = 302,6783 lzc = 99,8806 RC = 328,4887
V1 ( v1111111)- MV1 = 225265,960 PV11 = 120423,540 CV1 = 230,36 lazV1 =96,9246 lzv1 = 99,6461
V2 ( v2222222)- MV21 = 222346,700 PV21 = 118131,000 CV2 = 255,720 lazV21 = 141,2473 lzv21 = 99,2612
V3 ( v333333333)- MV3 = 218758,750 PV3 = 117920,950 CV3 = 223,20 lazV3 = 190,0049 lzv3 = 99,6545

----- Coordenadas calculadas pela inversa -----

Pontos utilizados para Verificação - 3
Ponto calculado pela II - iiii1111111111

Mp1 = 219901,454 Pp1 = 122425,3147 Cota1 = 192,63 R0 = 25,8104 Mp2 = 219901,561 Pp2 = 122425,309 Cota2 = 192,63 R02 = 25,8091

Nome dos pontos usados na verificação :
v1 - v1111111 v2 - v2222222 v3 - v333333333

Resultados da verificação (m) :

1º par de coordenadas
EMQ de v1 = 0,162 EMQ de v2 = -0,843 EMQ de v3 = 0,094 Precisão do ponto da II (1º par)= 0,000

2º par de coordenadas
EMQ de v1 = 0,194 EMQ de v2 = 0,753 EMQ de v3 = 0,200 Precisão do ponto da II (2ºpar)= 0,041

```

Figura 100 - Ficheiro de resultados da II

- Método da Inversa calculado pelo método dos MMQ:

- Dados

```
Tipo - iimmq
nome do ponto calculado - 1º Giro
Alt. inst - 1,510
az - Precisão Azimutal - 5
z - Precisão zenital - 15
p - Número de Pontos - 5
cota - 1
Número de Observações - 5

A ordem dos pontos é a seguinte - os primeiros 3 pontos são o A, B, e C e os restantes são os pontos de verificação
Formato do ficheiro - nome do ponto ; M ; P ; cota ; leitura AZ ; leitura Z

Caroha;225265,960;120423,540;230,36;271,7462;100,3790
CTT;222053,510;114654,920;284,11;19,8417;99,4119
V. verde;213242,700;116599,610;217,38;103,7127;100,2804
Chafariz;224195,920;126117,490;188,87;228,6840;100,5185
Carrascal;225471,610;122857,380;207,53;251,3552;100,5157
```

Figura 11 - Dados do método da II resolvida pelos MMQ

○ Resultados

As coordenada e distâncias estão em metros e os rumos em grados

O cálculo foi efectuado em - 06-12-2010

Alt. inst = 1,510

Precisão dos ângulos azimutais - 5,00 cc

Precisão dos ângulos; zenitais - 15,00 cc

Pontos utilizados para o cálculo das coordenadas iniciais da inversa para os mmq (A, B e C):

Dados dos pontos usados no cálculo

Nome	M	P	Cota	lAz	lZ	Rumo(gr)
Caroha	225265,960	120423,540	230,36	271,7462	100,3790	57,4597
CTT	222053,510	114654,920	284,110	19,8417	99,4119	205,5552
V.Verde	213242,700	116599,610	217,38	103,7127	100,2804	289,4262
Chafariz	224195,920	126117,490	188,87	228,6840	100,5185	14,3990
Carrascal	225471,610	122857,380	207,53	251,3552	100,5157	37,0694

----- Coordenadas calculadas pela inversa -----

Pontos utilizados no cálculo - 5

Ponto calculado na II - 1º Giro

M = 185,714 P = 222357,3439 C = 118127,5865 R0 = 185,7135

EMQ planimétricos, altimétricos e angular :

EMQ M (m) = 0,067 EMQ P (m) = 0,105 EMQ C (m) = 0,129 EMQ R0 (gr) = 0,0006

Resíduos Az

1º	2º	3º	4º	5º
-0,0004	0,0002	-0,0006	0,0008	0,0001

Resíduos Z

1º	2º	3º	4º	5º
-0,0031	0,0041	-0,0067	0,0018	0,0009

S0 S0Az S0Z

0,0013 0,0008 0,0014

Teste Estatístico

Var. Fisher	Teste estatístico Plani.	Ref. Fisher
2,50	passa a 95 %	3,00
Var. Fisher	Teste estatístico Alt.	Ref. Fisher
0,93	Passa a 95 %	2,37

Figura 102 - Resultados dos método da II resolvida pelos MMQ

A configuração do ficheiro de dados e de resultados do método de nivelamento é o seguinte:

- Método do nivelamento utilizando um aparelho analógico:
 - Dados

```
tipo - nivelamento
Aparelho - analogico
Todos os dados estão em metros
O nivelamento geométrico foi gravado em - 19:34:58      06-12-2010

p - nome do nivelamento -      beja
numero de pontos medidos - 10

A ordem dos pontos é a seguinte - o 1º é o ponto inicial e o 2º é o ponto de fecho da poligonal de nivelamento
Ponto inicial - nome ; cota ; fio superior ; fio médio ; fio inferior
e1; 280,78 ; 1,469 ; 1,395 ; 1,321
Ponto final - nome ; cota ; fio superior ; fio médio ; fio inferior
e2;280,780;0,580;0,455;0,330

observações
Formato do ficheiro - nome do ponto ; fio superior ; fio médio ; fio inferior
a1;1,715;1,585;1,455
a1+1;2,032;1,746;1,460
a2;1,365;1,105;0,845
a2+1;1,690;1,560;1,430
a4;1,685;1,560;1,435
a4+1;1,200;0,910;0,620
a7;2,420;2,200;1,980
a7+1;0,900;0,745;0,590
m1;2,000;1,780;1,560
```

Figura 103 - Dados do método de nivelamento com aparelho analógico

- Resultados

Todos os dados estão em metros

O nivelamento geométrico foi gravado em - 19:34:58 06-12-2010

nome da linha de nivelamento - beja

Aparelho - analogico

Resultados obtidos pelo nivelamento

Ponto	Fio Médio	Distância	Dist. do lanço	Cota cal.	des.	Cota corr.
e1	1,395	14,800				
a1	1,585	26,000	40,800	280,590	-0,003	280,587
a1+1	1,746	57,200				
a2	1,105	52,000	109,200	281,231	-0,005	281,226
a2+1	1,560	26,000				
a4	1,560	25,000	51,000	281,231	-0,008	281,223
a4+1	0,910	58,000				
a7	2,200	44,000	102,000	279,941	-0,011	279,930
a7+1	0,745	31,000				
m1	1,780	44,000	75,000	278,906	-0,013	278,893
m1+1	2,345	26,000				
e2	0,455	25,000	51,000	280,796	-0,016	280,780
Verif.		429,000			0,016	

Cota1: Distribuição igual do erro de fecho

Distância total da linha de nivelamento (m) - 429,000

O valor do erro de fecho é - 0,016 atenção erro de fecho da linha de nivela/ esta fora dos limites da precisão

Figura 104 - Resultados do nivelamento com aparelho analógico

- Método do nivelamento utilizando um aparelho digital:

- Dados

Tipo - nivelamento

Aparelho - digital

Todos os dados estão em metros

O nivelamento geométrico foi gravado em - 20:13:09 06-12-2010

p - nome do nivelamento - beja

numero de pontos medidos - 10

A ordem dos pontos é a seguinte - o 1º é o ponto inicial e o 2º é o ponto de fecho da poligonal de nivelamento

Ponto inicial - nome; cota; fio; médio; distância;

; 280,78 ; 1,395 ;14,800

Ponto final - nome; cota; fio; médio; distância;

;280,780;0,455;25,000

Observações

Formato do ficheiro - nome do ponto ; fio médio ; distância

a1;1,585;26,000

a1+1;1,746;57,200

a2;1,105;52,000

a2+1;1,560;26,000

a4;1,560;25,000

a4+1;0,910;58,000

a7;2,200;44,000

a7+1;0,745;31,000

m1;1,780;44,000

m1+1;2,345;26,000

Figura 105 - Resultados com o nivelamento utilizando um aparelho digital

○ Resultados

Todos os dados estão em metros

O nivelamento geométrico foi gravado em - 20:13:09 06-12-2010

nome da linha de nivelamento - beja

Aparelho - digital

Resultados obtidos pelo nivelamento

Ponto	Fio Médio	Distância	Dist. do lança	Cota cal.	des.	Cota corr.
e1	1,395	14,800				
a1	1,585	26,000	40,800	280,590	-0,003	280,587
a1+1	1,746	57,200				
a2	1,105	52,000	109,200	281,231	-0,005	281,226
a2+1	1,560	26,000				
a4	1,560	25,000	51,000	281,231	-0,008	281,223
a4+1	0,910	58,000				
a7	2,200	44,000	102,000	279,941	-0,011	279,930
a7+1	0,745	31,000				
m1	1,780	44,000	75,000	278,906	-0,013	278,893
m1	2,345	26,000				
e2	0,455	25,000	51,000	280,796	-0,016	280,780
verif.		429,000				

Cota1: Distribuição igual do erro de fecho

Distância total da linha de nivelamento (m) - 429,000

O valor do erro de fecho é - 0,016 atenção erro de fecho da linha de nivela/ esta fora dos limites da precisão

Figura 106 - Resultados do nivelamento com um aparelho digital

A configuração do ficheiro de dados e de resultados do método da poligonal é o seguinte:

- Método da poligonal calculada pelo método de Transit:

○ Dados

Tipo - Poligonal

Todos os dados estão em metros

A poligonal foi gravada em - 15:12:52 11-12-2010

p - nome da poligonal - beja

numero de estações - 6

Ponto inicial - Nome ; M ; P ; cota

p01;-88889,875;-100643,582;78,305

Ponto de orientação inicial - Estação ; Nome ; M ; P ; Az

p01; p02;-88841,975;-100752,305;286,2214

Ponto final - Nome ; M ; P ; cota

p02;-88841,975;-100752,305; 76,947

Ponto de orientação final - Estação ; Nome ; M ; P ; Az

est12 - p02;p01;-88889,875;-100643,582; 26,0368

Formato do ficheiro :

nome do ponto estacionado ; ponto observado ; leitura Az ; altura do instrumento ; altura observada ; distância inclinada ; leitura z

p01; p13;119,1264;1,410;1,633;54,520;99,5024

p13; p01;70,5942;1,626;1,411;54,516;100,4970

p13; p14;29,5162;1,626;1,466;92,971;100,1378

p14; p13;189,0314;1,464;1,620;92,970;99,8696

p14; p15;390,9478;1,464;1,471;138,688;100,3188

p15; p14;290,8994;1,457;1,468;138,690;99,6776

p15; p16;232,9012;1,457;1,558;37,088;99,8780

p16; p15;132,7412;1,565;1,390;57,089;100,2186

p16; p02;9,2298;1,565;1,577;33,903;101,5768

p02; p16;218,2658;1,575;1,556;33,902;98,4428

Figura 107 - Dados do método da poligonal para resolver pelo método de transit

○ Resultados

Tipo - Poligonal										
Todos os dados estão em metros										
O nivelamento geométrico foi gravado em - 15:12:52 11-12-2010										
nome da poligonal - beja										
Resultados obtidos pelo cálculo da poligonal										
Poligonal com Redução ao Plano Cartográfico										
Est.	P. vis.	Ang. obs - O	Rumos comp.	Méd. Dist. Horiz	Delta M Cor.	Delta P Cor.	Dn Cor.	M abs.	P abs.	Cota abs.
p01	p13	232,9050	6,4855	54,522	5,545	54,238	0,207	-88884,330	-100589,344	78,513
p13	p14	358,9220	165,4067	92,979	48,073	-79,588	-0,038	-88836,257	-100668,932	78,476
p14	p15	201,9164	167,3223	138,701	68,108	-120,828	-0,696	-88768,149	-100789,760	77,781
p15	p16	342,0018	309,3233	57,094	-56,484	8,332	0,015	-88824,633	-100781,428	77,797
p16	p02	256,4886	365,8111	33,896	-17,341	29,123	-0,850	-88841,974	-100752,305	76,947

Figura 108 - Resultados da poligonal resolvido pelo método de Transit

- Método da poligonal calculada pelo método dos MMQ:

○ Dados

Ponto ; Az.obs.ajst. ; Res.Az(cc) ; Dist.inc.obs.ajst. ; Res.dist.(mm) ; Z.obs.ajst. ; Res.Z ; M ; P ; Cota ; sig.M ; sig.P ; sig.Cota ; Rumo.comp.										
P01;	232,9052;	1,98;	54,516;	-3,8;	99,4974;	-8,24;	-88889,875;	-100643,582;	78,305;	;;;6,4841
P13;	358,9221;	1,49;	92,971;	0,4;	100,1363;	-8,74;	-88884,332;	-100589,348;	78,513;	0,0004;0,0009;0,0007;165,4069
P14;	201,9164;	0,22;	138,689;	1,4;	100,3164;	-7,75;	-88836,258;	-100668,935;	78,474;	0,0005;0,0005;0,0011;167,3243
P15;	342,0017;	-0,85;	57,091;	2,7;	99,8663;	-11,84;	-88768,152;	-100789,764;	77,779;	0,0012;0,0011;0,0008;309,3250
P16;	256,4886;	0,02;	33,902;	-0,8;	101,5733;	-8,46;	-88824,636;	-100781,431;	77,798;	0,0011;0,0025;0,0004;365,8151
P02;	P01;	207,7712;	1,7000;	;;;	-88841,975;	-100752,305;	76,948 ; ; ;	;;;	373,5813	

Figura 109 - Dados do método da poligonal para resolver pelos MMQ

○ Resultados

```

tipo = Poligonalmmq
Todos os dados estão em metros e os ângulos em gon
A Poligonalmmq foi gravada em -      15:19:52      11-12-2010
p - nome da Poligonalmmq -      BEJA
numero de estações - 6
Precisões angulares
peraz - Precisão da direcção Azimutal (cc) - 5
perz - Precisão da direcção Zenital (cc) - 15
Precisão da distância
P (mm) - 3
ppm - 5
Ponto inicial - Nome ; M ; P ; Cota
P01;-88889,875;-100643,582;78,305
Ponto de orientação inicial - Estação ; Nome ; M ; P ; AZ
12 ; P02;-88841,975;-100752,305;286,2214
Ponto final - Nome ; M ; P ; Cota
P02;-88841,975;-100752,305; 76,948
Ponto de orientação final - Estação ; Nome ; M ; P ; AZ
P02;P01; -88889,875; -100643,582; 26,0368
Formato do ficheiro :
nome do ponto estacionado ; ponto observado ; leitura Az ; altura do instrumento ; altura observada ; distância inclinada ; leitura Z
P01; P13;119,1264;1,410;1,633;54,520;99,4982
P13; P01;70,5942;1,626;1,411;54,516;100,4947
P13; P14;29,5162;1,626;1,466;92,971;100,1372
P14; P13;189,0314;1,464;1,620;92,970;99,8683
P14; P15;390,9478;1,464;1,471;138,688;100,3172
P15; P14;290,8994;1,457;1,468;138,690;99,6776
P15; P16;232,9012;1,457;1,558;57,088;99,8675
P16; P15;152,7412;1,565;1,390;57,089;100,2180
P16; P02;9,2298;1,565;1,577;33,903;101,5741
P02; P16;218,2658;1,575;1,556;33,902;98,4411

```

Figura 110 - Resultado da poligonal resolvida pelos MMQ